

# A N A L I S I      A

Appello del 29-01-2007

Cognome e Nome

Firma

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{e^{8x^2} - 1}{x} + \frac{\sin(8x^3)}{x^3 e^{8x}} + 8 \cos(8x^2 - 4\pi) \right) = \boxed{16}$

2.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( 7 \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{7}{x}\right) + \frac{1 + 7x^6}{x^7 + 7x^2} - 7 \ln\left(e^7 + \frac{7}{x^2}\right) \right) = \boxed{-42}$

3. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x) = 3x^3|x| + |x| \arctan(3x)$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .

Quali delle seguenti proprietà ha la funzione  $f$  **in tutto**  $\mathbf{R}$  ?

A)  $f$  è continua; B)  $f$  è derivabile; C)  $f$  è pari; D)  $f$  è limitata inferiormente;

E)  $f$  è limitata superiormente; F)  $f$  è dispari; G)  $f$  è periodica; H)  $f$  è monotona.

(N.B. La risposta a questa domanda sarà considerata esatta, se e solo se saranno indicate **tutte e sole** le proprietà che ha effettivamente la funzione  $f$ , fra quelle riportate qui sopra.)

A - B - F - H

4. Sia  $f(x) = e^{5(x+1)} + 5x^7 - 1$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ . Sia  $g$  la funzione inversa di  $f$ .

Allora  $\frac{1}{g'(-5)}$  vale 40

5. Sia  $y = g(x)$  l'equazione della retta tangente alla curva  $C$  di equazione  $y = x^4 + 4x + e^{4(x^2-1)}$  nel punto  $(x_0, y_0) = (1, 6)$  di  $C$ . Allora  $g(0)$  vale -10

6. Sia  $f(x) = (x^2 + 6) \sin(6x) + (x+1) \arctan(6x)$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ . Allora  $f'(0)$  vale 42

• Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.

• La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).

• Tempo a disposizione: 2 ore .

**A N A L I S I      A**

Appello del 29-01-2007

Cognome e Nome

Firma

7. L'integrale  $\int_{e^{-7}}^1 \left( \frac{1}{x} + \frac{7}{1-e^{-7}} \right) dx$  vale

8. Sia  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definita da:  $g(x) = x + 1, \forall x < 0; g(x) = e^{-8x}, \forall x \geq 0$ .

Sia  $J = \int_{-1}^{+\infty} g(x) dx$ . Allora  $16J$  vale

9. Sia  $f(x) = 3 + 3x^2 - x^6, \forall x \in \mathbf{R}$ . Siano  $x_1$  e  $x_2$  gli unici due punti di **massimo relativo** della funzione  $f$ ; sia  $x_m$  l'unico punto di **minimo relativo** della funzione  $f$ .

Allora  $2f(x_m) + f(x_1) + f(x_2)$  vale

10. Sia  $u: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione del problema di Cauchy:

$$u'(x) = 4u(x) + 4e^{4x}, \forall x \in \mathbf{R}; u(0) = 1.$$

Allora  $e^4 u(-1)$  vale

11. Sia  $y: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione del problema di Cauchy:

$$y''(t) - y(t) = 5t, \forall t \in \mathbf{R}; y(0) = 1, y'(0) = -6.$$

Allora  $y(2) + y'(2)$  vale

12. Sia  $I = \int_{-\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{6}} \left( x^3 \cos(6x) - \frac{1}{\pi} - 6x \sin(3x) \right) dx$ . Allora  $9I$  vale

- 
- Per ognuna delle 12 domande: 2 punti, se la risposta è esatta; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
  - La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
  - Tempo a disposizione: 2 ore.