

1. Sia $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) = 5x|x| + \arctan(5x)$, $\forall x \in \mathbf{R}$.

Quali delle seguenti proprietà ha la funzione f **in tutto** \mathbf{R} ?

A) f è continua; B) f è derivabile; C) f è limitata inferiormente; D) f è dispari;
E) f è limitata superiormente; F) f è pari; G) f è monotona; H) f è periodica.

(N.B. La risposta a questa domanda sarà considerata esatta, se e solo se saranno indicate **tutte e sole** le proprietà che ha effettivamente la funzione f , fra quelle riportate qui sopra.)

A - B - D - G

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos(4x) - 1}{4x} - 4e^{\sin(4x)} - \frac{\sin(4x^4)}{x^4} \right) = -8$

3. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{3x^6 - x^4 + 1}{3 + x^2 + x^6} + \frac{4}{\pi} \arctan(-3x) + 3 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3}{x}\right) \right) = 8$

4. Sia $y = g(x)$ l'equazione della retta tangente alla curva C di equazione $y = e^{6(x+2)} + (x+1)^2$ nel punto $(x_0, y_0) = (-2, 2)$ di C . Allora $g(2)$ vale 18

5. Sia $f(x) = 8x^2 e^{8(x+1)} + \arctan(8(x+1))$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Allora $f'(-1)$ vale 56

6. Sia $f(x) = e^{-7(x-1)} - 7x^5 - 1$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Sia g la funzione inversa di f .

Allora $\frac{1}{2g'(-7)}$ vale -21

- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- Tempo a disposizione: 2 ore .

7. Sia $f(x) = 5 + 5x^2 - 2x^5$, $\forall x \in \mathbf{R}$. Sia x_M l'unico punto di **massimo relativo** della funzione f ; sia x_m l'unico punto di **minimo relativo** della funzione f .

Allora $f(x_M) + 2f(x_m)$ vale

8. Sia $I = \int_{-1}^1 \left(x^4 \sin(3x^3) - \pi - \frac{3}{1+x^2} \right) dx$. Allora $\frac{4I}{\pi}$ vale

9. Sia $J = \int_1^{+\infty} \left(\frac{1}{4(1+x^2)} + \pi e^{-4(x-1)} \right) dx$. Allora $\frac{5\pi}{J}$ vale

10. Sia $y: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione del problema di Cauchy:
 $y''(t) - y'(t) = 14e^{-t}$, $\forall t \in \mathbf{R}$; $y(0) = 7$, $y'(0) = -7$.

Allora $7e(y(1) - y'(1))$ vale

11. Sia $I = \int_{-1}^1 (8x^2 \ln|x| + x^6 \arctan(8x)) dx$. Allora $9I$ vale

12. Sia $u: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$ la soluzione del problema di Cauchy:

$$u'(x) + \frac{1}{x} u(x) = 6, \forall x > 0; u(1) = 6.$$

Allora $4u(2)$ vale

- Per ognuna delle 12 domande: 2 punti, se la risposta è esatta; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- **Tempo a disposizione: 2 ore.**