

**A N A L I S I      A**

Appello del 31-01-2006

Cognome e Nome

Firma

1. Sia  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definita da  $f(x) = 5x|x| + \arctan(5x)$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ .

Quali delle seguenti proprietà ha la funzione  $f$  **in tutto**  $\mathbf{R}$  ?

A)  $f$  è continua; B)  $f$  è derivabile; C)  $f$  è limitata inferiormente; D)  $f$  è dispari;

E)  $f$  è limitata superiormente; F)  $f$  è pari; G)  $f$  è monotona; H)  $f$  è periodica.

(N.B. La risposta a questa domanda sarà considerata esatta, se e solo se saranno indicate **tutte e sole** le proprietà che ha effettivamente la funzione  $f$ , fra quelle riportate qui sopra.)

A - B - D - G

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\cos(4x) - 1}{4x} - 4e^{\sin(4x)} - \frac{\sin(4x^4)}{x^4} \right) = -8$

3.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( \frac{3x^6 - x^4 + 1}{3 + x^2 + x^6} + \frac{4}{\pi} \arctan(-3x) + 3 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{3}{x}\right) \right) = 8$

4. Sia  $y = g(x)$  l'equazione della retta tangente alla curva  $C$  di equazione  $y = e^{6(x+2)} + (x+1)^2$  nel punto  $(x_0, y_0) = (-2, 2)$  di  $C$ . Allora  $g(2)$  vale 18

5. Sia  $f(x) = 8x^2 e^{8(x+1)} + \arctan(8(x+1))$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ . Allora  $f'(-1)$  vale 56

6. Sia  $f(x) = e^{-7(x-1)} - 7x^5 - 1$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ . Sia  $g$  la funzione inversa di  $f$ .

Allora  $\frac{1}{2g'(-7)}$  vale -21

- 
- Per ognuna delle 12 domande : 2 punti, se la risposta è esatta ; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
  - La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
  - Tempo a disposizione: 2 ore .

7. Sia  $f(x) = 5 + 5x^2 - 2x^5$ ,  $\forall x \in \mathbf{R}$ . Sia  $x_M$  l'unico punto di **massimo relativo** della funzione  $f$ ; sia  $x_m$  l'unico punto di **minimo relativo** della funzione  $f$ .

Allora  $f(x_M) + 2f(x_m)$  vale

8. Sia  $I = \int_{-1}^1 \left( x^4 \sin(3x^3) - \pi - \frac{3}{1+x^2} \right) dx$ . Allora  $\frac{4I}{\pi}$  vale

9. Sia  $J = \int_1^{+\infty} \left( \frac{1}{4(1+x^2)} + \pi e^{-4(x-1)} \right) dx$ . Allora  $\frac{5\pi}{J}$  vale

10. Sia  $y: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione del problema di Cauchy:  
 $y''(t) - y'(t) = 14e^{-t}$ ,  $\forall t \in \mathbf{R}$ ;  $y(0) = 7$ ,  $y'(0) = -7$ .

Allora  $7e(y(1) - y'(1))$  vale

11. Sia  $I = \int_{-1}^1 (8x^2 \ln|x| + x^6 \arctan(8x)) dx$ . Allora  $9I$  vale

12. Sia  $u: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione del problema di Cauchy:

$$u'(x) + \frac{1}{x} u(x) = 6, \forall x > 0; u(1) = 6.$$

Allora  $4u(2)$  vale

- Per ognuna delle 12 domande: 2 punti, se la risposta è esatta; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- La prova è superata e lo Studente è ammesso alla prova orale, se il punteggio totale così ottenuto è maggiore o uguale di 18 punti (cioè se le risposte esatte sono almeno 9).
- **Tempo a disposizione: 2 ore.**