

1. Sia  $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definita da:  $f(x) = 6x^2, \forall x < 1$ ;  $f(x) = 6x^{-3}, \forall x \geq 1$ .

Si consideri l'integrale improprio  $J = \int_{-1}^{+\infty} f(x) dx$ . Allora  $6J$  vale

42

2. Sia  $g: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  definita da:  $g(x) = -7, \forall x < -1$ ;  $g(x) = |x|, \forall x \in [-1, 1]$ ;

$g(x) = 1, \forall x > 1$ . Sia  $G_1(x) = \int_1^x g(t) dt, \forall x \in \mathbf{R}$ .

Allora  $G_1(-2)G_1(-1) - G_1(7)$  vale

-12

3. Sia  $I = \int_0^{\frac{\pi}{5}} \left( x \cos(5x) - \frac{1}{5\pi} \right) dx$ . Allora  $\frac{3}{I}$  vale

-25

4. Sia  $v: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione del problema di Cauchy:

$$v''(t) + 9v(t) = 2e^{3t}, \forall t \in \mathbf{R}; v(0) = \frac{1}{9}, v'(0) = \frac{1}{3}.$$

Allora  $v''(0) - 2v'''(0)$  vale

-5

5. L'integrale  $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \left( x^4 \sin(4x) + \frac{4}{\cos^2 x} \right) dx$  vale

8

6. Sia  $y: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione del problema di Cauchy:

$$y''(t) + y'(t) = 10t, \forall t \in \mathbf{R}; y(0) = 0, y'(0) = -10.$$

Allora  $y'(-1)$  vale

-20

7. Sia  $f(x) = 8 - x^2 e^{-x^2}, \forall x \in \mathbf{R}$ . Siano  $x_1$  e  $x_2$  gli unici due punti di **minimo** della funzione  $f$ ; sia  $x_M$  l'unico punto di **massimo** della funzione  $f$ .

Allora  $3f(x_M) + f(x_1) + f(x_2) + 2e^{-1}$  vale

40

8. Sia  $u: \mathbf{R}^+ \rightarrow \mathbf{R}$  la soluzione del problema di Cauchy:

$$xu'(x) + u(x) = 36x^3, \forall x > 0; u(1) = 9.$$

Allora  $u(2)$  vale

72

- Per ognuna delle 8 domande: 2 punti, se la risposta è esatta; 0 punti, se la risposta è sbagliata o non è data.
- Il punteggio totale ottenuto nella presente prova sarà sommato al punteggio totale conseguito nella prima prova in itinere.
- Se il punteggio complessivo (I prova + II prova) così determinato è maggiore o uguale di 17 punti, lo studente è ammesso alla prova orale; altrimenti, dovrà ripresentarsi ad uno degli appelli d'esame successivi al primo.
- Tempo a disposizione: 1 ora e 20 minuti.