

**FACOLTÀ DI INGEGNERIA**  
**ESAMI DI ANALISI MATEMATICA A (ca).**  
(Ingegneria per l'Ambiente e il Territorio, Civile, Meccanica)  
**A.A. 2005/2006. Docente : F. BISI.**

## 1 Regole generali per l'esame

**L'esame è costituito da una prova scritta (o, in alternativa, da due prove scritte in itinere) e da una prova orale.**

La prova orale va sostenuta nei giorni successivi al giorno della prova scritta (o della II prova scritta in itinere), secondo un calendario che verrà comunicato dalla Commissione giudicatrice agli Studenti. Agli studenti che hanno superato le prove in itinere e che intendono sostenere l'esame orale di tipo elevato (vedi oltre) può essere concesso, su richiesta, di sostenere l'orale durante la seconda sessione dell'appello invernale.

Se, a seguito della prova orale, lo studente viene riprovato, o decide di rifiutare il voto, è necessario ripetere le due prove (scritta e orale) per ricevere una nuova valutazione.

**Il ritiro, durante una qualunque delle prove d'esame, equivale al non superamento dell'esame stesso.**

Durante le prove d'esame, non è consentito l'uso né di libri, né di appunti, né di calcolatrici tascabili, né di telefoni cellulari; è altresì rigorosamente vietato comunicare con altre persone (esclusi i membri della commissione) con qualsiasi mezzo diretto (vocale, gestuale, scritto, ecc.) o indiretto (cellulare, SMS, email ecc.).

La violazione delle norme relative al paragrafo precedente comporta l'esclusione INAPPELLABILE dalla prova. L'iscrizione alle prove scritte è OBBLIGATORIA secondo le modalità rese note nel sito del docente:

<http://smmm.unipv.it/teaching.html>.

Nel sito si possono trovare integrazioni alle presenti norme.

## 2 Struttura delle prove scritte in itinere.

### • I prova scritta in itinere.

Viene svolta verso la metà del corso, è costituita da 8 esercizi "a risposta aperta" ed ha la durata di 1 ora e 20 minuti.

La prova è superata (e lo Studente è automaticamente ammesso a sostenere la II prova scritta in itinere), se ALMENO 4 risultati sono esatti.

Per ciascuno degli esercizi verrà assegnato: 1 punto, se il risultato è esatto; 0 punti, se il risultato è sbagliato o non è dato. Viene così determinato il punteggio totale conseguito nella I prova scritta in itinere.

### • II prova scritta in itinere.

Viene svolta dopo la fine del corso, è costituita da 8 esercizi "a risposta aperta" ed ha la durata di 1 ora e 20 minuti.

Per ciascuno degli esercizi : 2 punti, se il risultato è esatto; 0 punti, se il risultato è sbagliato o non è dato. Viene così determinato il punteggio totale conseguito nella II prova scritta in itinere.

La prova è superata e lo Studente è ammesso a sostenere la prova orale, se la SOMMA dei punteggi totali conseguiti nelle due prove scritte in itinere è MAGGIORE O UGUALE DI 17 PUNTI.

### 3 Struttura delle altre prove scritte, relative agli appelli d'esame programmati a febbraio, a giugno e a settembre.

La prova è costituita da 12 esercizi "a risposta aperta" ed ha la durata di 2 ore.

Per ciascuno degli esercizi : 2 punti, se il risultato è esatto; 0 punti, se il risultato è sbagliato o non è dato. Viene così determinato il punteggio totale conseguito nella prova.

La prova è superata e lo Studente è ammesso a sostenere la prova orale, se il PUNTEGGIO TOTALE così conseguito è MAGGIORE O UGUALE DI 18 PUNTI (cioè se i risultati esatti sono ALMENO 9).

Si ricorda anche che **NON sono ammessi** a sostenere la prova scritta relativa al I appello di febbraio gli Studenti che si sono presentati alla II prova scritta in itinere (nella mattina dello stesso giorno).

### 4 Struttura della prova orale.

Il punteggio totale conseguito nella prova scritta (o, in alternativa, la somma dei punteggi totali conseguiti nelle due prove scritte in itinere) concorre, con il tipo di prova orale prescelto dallo Studente, alla determinazione del voto finale dell'esame. Al momento della compilazione del calendario delle prove orali, lo Studente sceglie il tipo di prova orale che vuole sostenere, fra le tre seguenti possibilità.

- **a)** Prova orale di livello base. Consiste nella risoluzione di uno o due esercizi del tipo di quelli normalmente inseriti nelle prove scritte. Su richiesta, lo studente deve sapere giustificare i passaggi svolti nella risoluzione degli esercizi. Inoltre, lo studente deve comunque conoscere le nozioni di base (contenute nel capitolo 1 del libro di testo adottato, C. CANUTO–A. TABACCO, Analisi Matematica I, 2<sup>a</sup> edizione, Springer, Milano, 2005, tranne fattoriali e coefficienti binomiali), nonché:

- i grafici di alcune funzioni elementari ( $|x|, x^\alpha, \ln x, \sin x, \cos x, \tan x, e^x, \sinh x, \cosh x$ );
- alcuni sviluppi notevoli di funzioni ( $e^x, \sin x, \cos x, \sinh x, \cosh x, \arctan x, \ln(1+x), \frac{1}{1-x}$ ).

Se l'esito è positivo, il voto finale non potrà superare 22/30, né potrà superare di più di 3 punti il punteggio totale conseguito nella prova scritta.

- **b)** Prova orale di livello medio. Oltre a saper risolvere esercizi di tipo elementare, lo Studente deve conoscere alcune definizioni, enunciati e dimostrazioni, come da elenco successivo (v. sotto).

Se l'esito è positivo, il voto finale non potrà superare 26/30, né potrà superare di più di 7 punti il punteggio totale conseguito nella prova scritta.

- **c)** Prova orale di livello elevato. Oltre a quanto richiesto per la prova orale di livello medio, lo Studente deve conoscere gli ulteriori argomenti come da elenco successivo (v. sotto); inoltre, deve saper discutere esercizi ed esempi di tipo meno elementare.

Se l'esito è positivo, il voto finale non potrà superare di più di 10 punti il punteggio totale conseguito nella prova scritta.

**In ogni caso il voto dello scritto può subire variazioni positive o negative a seconda dell'esito della prova orale**

### 5 Definizioni, enunciati e dimostrazioni per le prove orali.

#### 5.1 Premessa.

Per comodità degli Studenti, si riporta, accanto ai teoremi con dimostrazione e alcuni argomenti successivamente indicati, il riferimento al libro di testo consigliato (C. CANUTO–A. TABACCO, Analisi Matematica I, 2<sup>a</sup> edizione,

Springer, Milano, 2005), che verrà citato d'ora in poi come CT. **Ovviamente**, vanno comunque bene anche dimostrazioni alternative degli stessi teoremi (purché corrette e dettagliate da eventuali definizioni e dimostrazioni di teoremi aggiuntivi necessarie!)

## 5.2 Per la prova orale di livello medio.

Le definizioni e gli enunciati seguenti sono da conoscere a livello operativo: ossia, lo Studente deve mostrare di riconoscere la locuzione (per le definizioni) o la proprietà (per gli enunciati) e di saperli utilizzare in semplici ragionamenti. Alcuni di questi, scritti in **neretto**, vanno conosciuti anche **a livello formale**: ossia, lo Studente deve essere in grado di scrivere la definizione o l'enunciato in linguaggio matematicamente corretto, con l'uso appropriato dei relativi quantificatori. Le dimostrazioni dei teoremi vanno invece, ovviamente, sapute tutte con il necessario rigore formale.

### 5.2.1 Definizioni.

- **maggiorante, minorante, massimo, minimo, estremo superiore, estremo inferiore di un insieme di numeri reali;**
- **funzione, funzione limitata, funzione monotona (nei vari casi); funzione pari, dispari, periodica, convessa, concava; funzione composta; funzione inversa;**
- **successione, successione convergente o divergente o oscillante; successione monotona crescente o decrescente;**
- **limite di una funzione (nei vari casi); funzione continua in un punto o in un intervallo;**
- **derivata di una funzione; derivate di ordine superiore; massimi e minimi (assoluti o relativi) delle funzioni reali; punti critici (o stazionari); flessi o punti di inflessione;**
- **funzione integrabile; primitiva (o antiderivata) di una funzione; integrale indefinito; integrale definito secondo RIEMANN e sue proprietà; integrale improprio.**
- il problema di CAUCHY per equazioni differenziali ordinarie (ODE); ODE lineari del I ordine (con verifica della formula risolutiva); ODE del secondo ordine a coefficienti costanti.

### 5.2.2 Enunciati e nozioni avanzate.

- funzioni mantissa, parte intera, segno.
- Regole per il calcolo dei limiti;
- numero di NEPERO ( $e$ ).
- teorema di permanenza del segno;
- **teorema dei due carabinieri o secondo teorema del confronto** per i limiti;
- algebra dei limiti; uso dei simboli  $\pm\infty$ ;
- teorema sui limiti di funzioni composte o teorema di sostituzione;
- regole per il calcolo delle derivate (comprese derivata della funzione composta e della funzione inversa);
- regola (o teorema) di DE L'HÔPITAL per le forme indeterminate;

- **teorema di esistenza degli zeri** (di BOLZANO);
- **teorema dei valori intermedi**;
- **teorema di WEIERSTRASS**;
- **teorema della media integrale**;
- regole di integrazione (diretta, per parti, per sostituzione).

### 5.2.3 Teoremi con dimostrazione.

- teorema di unicità del limite (CT paragrafo 4.1.1, e/o appunti presi a lezione);
- continuità delle funzioni derivabili (CT proposizione 6.3);
- teorema di annullamento della derivata o di FERMAT (CT teorema 6.21);
- teorema di ROLLE (CT teorema 6.22);
- teorema del valor medio o di LAGRANGE (CT teorema 6.23);
- teorema della derivata nulla (CT proprietà 6.25)
- teorema fondamentale del calcolo integrale (CT teorema 9.37 e corollari 9.38 e 9.39).

## 5.3 Per la prova orale di livello elevato.

Oltre a quanto richiesto per la prova orale di livello medio, lo Studente dovrà conoscere:

- spazi metrici e topologia (complementi in rete sul sito del docente).
- simboli di LANDAU; infinitesimi e infiniti (CT 5.1-2, pagg. 127-138);
- proprietà delle successioni; teorema (lemma) di sostituzione (CT 5.4)
- **sottosuccessioni e teorema di BOLZANO-WEIERSTRASS** (CT Complementi in rete);
- test della derivata seconda per i punti critici.

### 5.3.1 Teoremi con dimostrazione.

Inoltre, sono richiesti enunciati e dimostrazioni dei seguenti teoremi.

- teorema fondamentale delle successioni monotone (CT teorema 3.9 (dimostrazione sui Complementi in rete));
- teorema di WEIERSTRASS (CT, teorema 4.31 (dimostrazione sui Complementi in rete));
- teorema di esistenza degli zeri o di BOLZANO (CT teorema 4.23);
- teorema dei valori intermedi (CT teorema 4.29 e corollario 4.30 o appunti);
- teorema della media integrale (CT teorema 9.35).