

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE/PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
Esame di Fisica Matematica
22 febbraio 2013

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

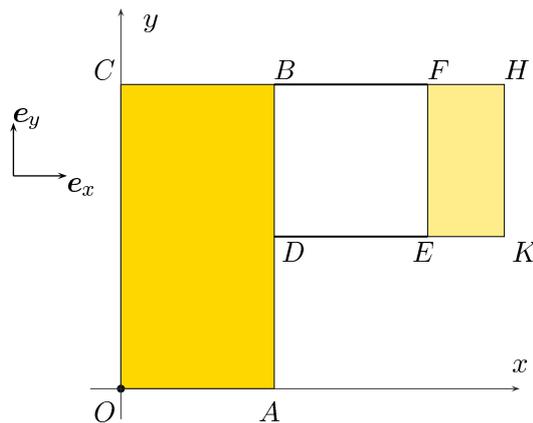
NOME

La *prova* consta di **2** esercizi e **2** domande, e durerà **2 ore** e **30 minuti**. *Non è permesso* usare né calcolatrice né telefono cellulare/smartphone; non è consentito consultare testi o appunti, al di fuori di quelli eventualmente distribuiti dalla Commissione pena l'esclusione dalla prova.

Esercizi

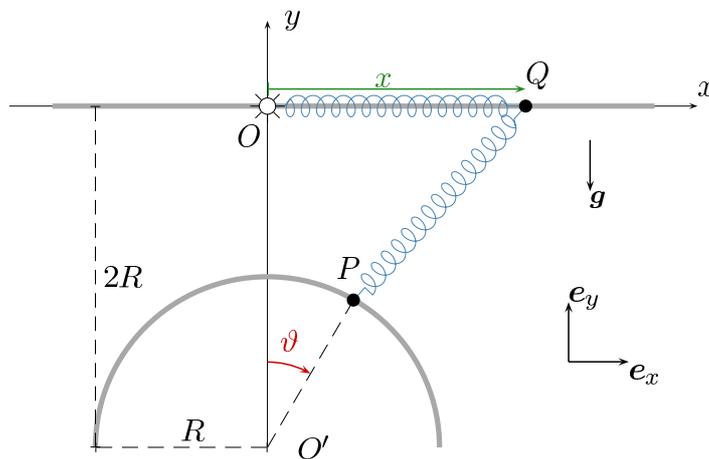
1. Un corpo rigido piano è ottenuto unendo ad una lamina rettangolare omogenea $OABC$ di lati $OA = 2\ell$ e $AB = 4\ell$, e massa $6m$, una lamina rettangolare omogenea $EFHK$ di lati $EF = 2\ell$ e $FK = \ell$, e massa $2m$, mediante due aste omogenee BF e DE , di lunghezza 2ℓ e massa m ciascuna, saldate ortogonalmente ai lati dei rettangoli. Utilizzando il riferimento cartesiano ortogonale centrato in O , e con assi x ed y paralleli ad OA e OC , calcolare:

1. La posizione del baricentro G del corpo nel riferimento assegnato.
2. I momenti di inerzia I_{yy}^{OABC} , I_{yy}^{EFDK} , I_{yy}^{BF} e I_{yy}^{DE} rispetto all'asse y delle parti, separatamente.
3. I momenti di inerzia I_{xx}^{OABC} , I_{xx}^{EFDK} , I_{xx}^{BF} e I_{xx}^{DE} rispetto all'asse x delle parti, separatamente.
4. La matrice di inerzia complessiva $[I_O]$ del corpo rispetto al sistema assegnato.
5. Il momento di inerzia I_G^{zz} complessivo del corpo rispetto alla retta passante per il baricentro G ortogonale al piano xy .



2. In un piano verticale, un punto materiale Q di massa m può muoversi liberamente lungo una guida orizzontale passante per un punto O ; un secondo punto materiale P di massa $4m$ è vincolato a scorrere senza attrito lungo una guida semicircolare fissa, di raggio R , con diametro orizzontale e centro O' posto verticalmente sotto O a distanza $2R$ da esso. Una forza di richiamo elastica, di costante $k = \frac{mg}{R}$ attrae Q verso O ; una seconda forza di richiamo elastica, di costante $k_2 = \gamma \frac{mg}{R}$, attrae Q verso P . Usando come coordinate lagrangiane l'angolo ϑ che PO' forma con la verticale ascendente, e l'ascissa x di Q misurata da O , si determini:

1. l'energia cinetica $T(x, \vartheta, \dot{x}, \dot{\vartheta})$ del sistema;
2. il potenziale $U(x, \vartheta)$ del sistema;
3. la/le configurazioni di equilibrio del sistema;
4. la stabilità della/e configurazioni di equilibrio trovate al variare di γ ;
5. le equazioni di Lagrange per $\gamma = 2$.



Domande

1. Primo e secondo Teorema di Koenig.
2. Le equazioni di Lagrange.