

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA CIVILE E AMBIENTALE/PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
Esame di Fisica Matematica
28 gennaio 2013

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

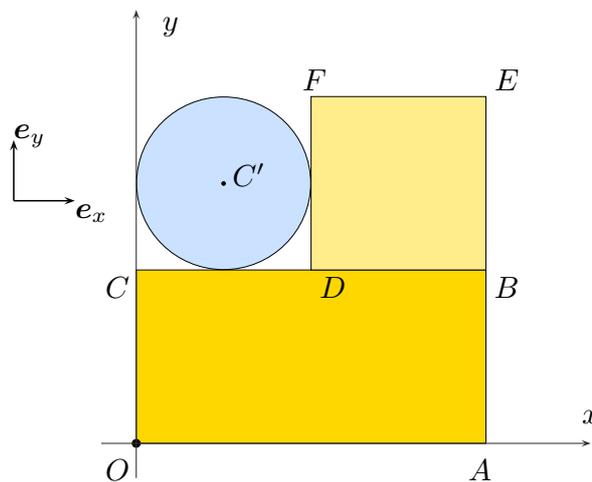
NOME

La *prova* consta di **2** esercizi e **2** domande, e durerà **2 ore e 30 minuti**. *Non è permesso* usare né calcolatrice né telefono cellulare/smartphone; non è consentito consultare testi o appunti, al di fuori di quelli eventualmente distribuiti dalla Commissione pena l'esclusione dalla prova.

Esercizi

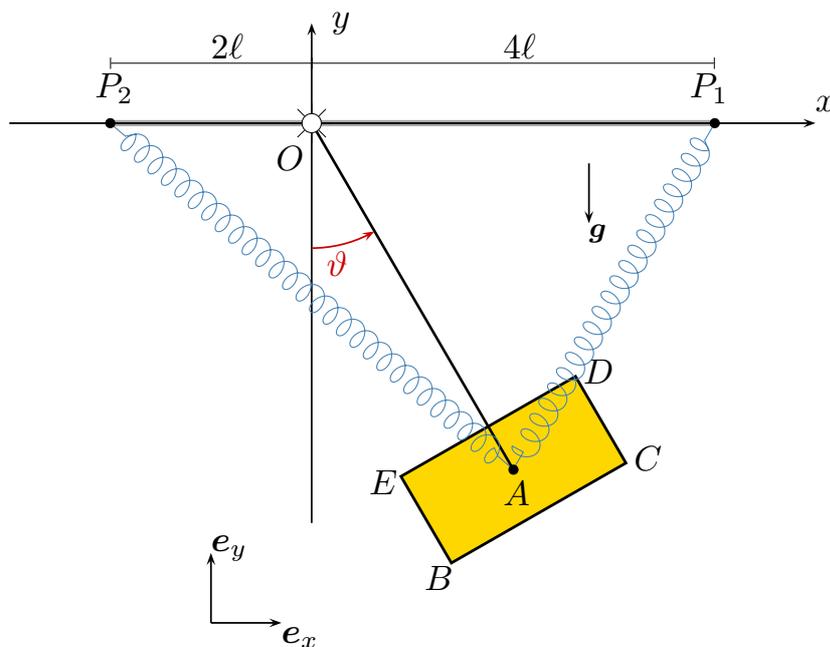
1. Un corpo rigido piano è ottenuto saldando ad una lamina rettangolare omogenea $OABC$ di lati $OA = 4\ell$ e $AB = 2\ell$, e massa $2m$, una lamina quadrata omogenea $DBEF$ di lato 2ℓ , e massa $3m$, in modo che il vertice D cada in BC , e un disco \mathcal{D} omogeneo di raggio ℓ , e massa $2m$, in modo che sia tangente a BC e DF . Utilizzando il riferimento cartesiano ortogonale centrato in O , e con assi x ed y paralleli ad OA e OC , calcolare:

1. La posizione del baricentro G del corpo nel riferimento assegnato.
2. I momenti di inerzia I_{yy}^{OABC} , I_{yy}^{DBEF} e $I_{yy}^{\mathcal{D}}$ rispetto all'asse y delle tre lamine, separatamente.
3. I momenti di inerzia I_{xx}^{OABC} , I_{xx}^{DBEF} e $I_{xx}^{\mathcal{D}}$ rispetto all'asse x delle tre lamine, separatamente.
4. La matrice di inerzia complessiva $[\mathbf{I}_O]$ del corpo rispetto al sistema assegnato.
5. Il momento di inerzia I_G^{zz} complessivo del corpo rispetto alla retta ortogonale al piano passante per il baricentro G .



2. In un piano verticale, un'asta OA , di lunghezza 4ℓ e massa $2m$ è vincolata a ruotare attorno all'estremo O . Una lamina rettangolare omogenea di lati $\overline{BC} = 2\ell$ e $\overline{CD} = \ell$, e massa $4m$, è saldata nel suo baricentro all'estremo A dell'asta, in modo che il lato BC sia ortogonale ad OA . Due forze di richiamo elastiche, di costante $k_1 = \gamma \frac{mg}{\ell}$ e $k_2 = 4 \frac{mg}{\ell}$, rispettivamente, attraggono A verso due punti $P_1 = (4\ell, 0)$ e $P_2 = (-2\ell, 0)$ dell'asse orizzontale passante per O . Usando come coordinata lagrangiana l'angolo ϑ che OA forma con la verticale discendente, contato positivamente in senso antiorario, si determini:

1. l'energia cinetica $T(\vartheta, \dot{\vartheta})$ del sistema;
2. il potenziale $U(\vartheta)$ del sistema;
3. la/e configurazioni di equilibrio del sistema;
4. la stabilità della/e configurazioni di equilibrio trovate;
5. per quale valore di γ è possibile una configurazione di equilibrio con OA verticale;
6. la frequenza delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione equilibrio stabile in corrispondenza del valore γ trovato al punto precedente.



Domande

1. Definizione e proprietà della matrice di inerzia per un corpo rigido.
2. Composizione delle velocità nella cinematica relativa.