

## § 4. PRODOTTO SCALARE E DISTANZE

Es. 1 Sia  $P = (1, 1, 2)$

a) Calcolare la distanza di P

da  $\pi_1: x + 2y - z = 2$   $[\frac{\sqrt{6}}{6}]$

$\pi_2: 2x + y + 3z = 1$   $[\frac{4\sqrt{14}}{7}]$

$r = \pi_1 \cap \pi_2$   $[\frac{3}{83} \sqrt{46} \sqrt{83}]$

b) Determinare la posizione reciproca fra r e le rette

$s_1: \begin{cases} \text{~~3x - 2y + z = 7~~} \\ y = 2/3 \end{cases} \quad x - z = 7$   $[(r \parallel s_1)]$

$s_2: \begin{cases} x = 2 + \lambda \\ y = 2 \\ z = \lambda \end{cases} \quad \lambda \in \mathbb{R}$   $[(r, s_2 \text{ sghembe})]$

Es 2

Siano  $\underline{u}, \underline{v}$  2 vettori di  $E_0^3$ :

$$[\underline{u}] = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, [\underline{v}] = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

- Scrivere l'equazione del piano  $\pi = \text{Span}(\underline{u}, \underline{v})$
- Scrivere l'equazione della retta  $r \perp \pi$ , passante per O
- Caratterizzare i punti P di  $\pi$  che individuano vettori  $\vec{OP}$  ortogonali a r e a  $\text{Span}(\underline{u})$

$$\left( \text{span} \left( \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \right) \right)$$

Es. 3

Sia  $\pi$  il piano di equazione

$$x+y-z=1$$

1) Determinare l'intersezione  $Q$  della retta  $r \perp \pi$  passante per  $O$  con  $\pi$ .

$$[Q = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 1/3 \\ -1/3 \end{pmatrix}]$$

2) verificare che il punto  $P$  di coordinate  $(1, 0, 0)$  giace nel piano

3) scrivere l'equazione della retta  $s$

$\left[ \begin{cases} x+y-z=1 \\ 2x-y+z=0 \end{cases} \right]$  passante per  $Q$ , ortogonale a  $QP$  e giacente nel piano  $\pi$ .

4) Trovare i punti di  $s$  che hanno distanza  $2$  da  $Q$ .

$$[P_1 = \begin{pmatrix} 1/3 \\ -2/3 \\ -4/3 \end{pmatrix} \quad P_2 = \begin{pmatrix} 1/3 \\ 4/3 \\ 2/3 \end{pmatrix}]$$



## § 3. EQUAZIONI CARTESIANE DI RETTE E PIANI

### esercizio 1

[Fissato il riferimento  $R(O, \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$   
salvo diversamente specificato]

Determinare una rappresentazione cartesiana per i seguenti piani:

1) piano passante per  $O$  ortogonale al vettore

$$\underline{n}; \quad [\underline{n}] = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix};$$

2) piano passante per  $Q$  di coordinate  $(1, -1, 2)$

e ortogonale al vettore  $\underline{n}; \quad [\underline{n}] = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix};$

3) piano passante per i punti

$$A \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad B \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C \equiv \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

### esercizio 2

Determinare una rappresentazione cartesiana per le seguenti rette

1) retta passante per  $O$  ortogonale al piano di equazione  $x + 2y - z = 1$ ;

2) retta passante per  $Q \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  e ortogonale al piano  $\pi: x - y + 2z = 0$ ;

3) retta passante per

$$A \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad B \equiv \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Es. 3) si consideri la retta

$$r: \begin{cases} x+2y-z=0 \\ 2x+y+3z=0 \end{cases}$$

determinare quali fra i seguenti punti appartengono alla retta  $r$

(a)  $(0,0,0)$

(d)  $(1,1,1)$

(b)  $(1,0,0)$

(e)  $(5,1,3)$

(c)  $(5,-1,3)$

(f)  $(4,1,3)$

(84. PRODOTTO SCALARE)

Es. 4) Si consideri il piano

$$\pi: x+y-z=1$$

Determinare quali fra le seguenti rette

- 1) appartengono a  $\pi$
- 2) Sono parallele a  $\pi$ , ma esterne a  $\pi$
- 3) sono ortogonali a  $\pi$

$$r_1: \begin{cases} x-y=1 \\ y+z=2 \end{cases}$$

$$r_2: \begin{cases} x+z=0 \\ y+z=0 \end{cases}$$

$$r_3: \begin{cases} x-y=0 \\ x+y-z=0 \end{cases}$$

$$r_4: \begin{cases} x+y-z=1 \\ x-z=0 \end{cases}$$

$$r_5: \begin{cases} x-z=0 \\ x-y-z=1 \end{cases}$$

$$r_6: \begin{cases} x-z=2 \\ y-z=3 \end{cases}$$