



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

REGISTRO

DELLE LEZIONI-ESERCITAZIONI- SEMINARI

Anno accademico 2014/15

Cognome e Nome BISI FULVIO

Qualifica RICERCATORE CONFERMATO MAT/07

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA

Insegnamento di GEOMETRIA E ALGEBRA (500473)

Impartito presso: **FACOLTA' DI INGEGNERIA**

Corso di laurea INGEGNERIA INDUSTRIALE e altri (A-K).

Corso di laurea specialistica/magistrale

Corso di laurea interfacoltà

Scuole di Specializzazione

Scuole di Dottorato di ricerca.....



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 1-2 data 1 ottobre 2014 mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Funzioni o applicazioni, iniettività, suriettività; corrispondenze biunivoche. Prodotto cartesiano e legge di composizione interna. Strutture algebriche: gruppi, anelli, campi. Esempi di strutture algebriche aventi sostegno un insieme numerico o astratto.
<i>n. prog. 3-4 data 2 ottobre 2014 giovedì mattina</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Anello dei polinomi. Teorema e regola di Ruffini. Divisione fra polinomi. Scomposizione di un polinomio in campo reale ed in campo complesso. Teorema fondamentale dell'algebra (enunciato); lemma della radice complessa coniugata (con dimostrazione), proposizione sulla fattorizzazione in termini lineari e quadratici di un polinomio reale (con dimostrazione) e corollario della radice reale per polinomi di grado dispari (con dimostrazione). Esempi di fattorizzazione di polinomi in campo reale ed in campo complesso.
<i>n. prog. 5 data 2 ottobre 2014 giovedì pomeriggio</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Spazio E^3_o dei vettori applicati nel punto O dello spazio euclideo: addizione di vettori. La struttura algebrica di gruppo per E^3_o con la somma di vettori; moltiplicazione per uno scalare. Proprietà.
<i>n. prog. 6 e 6bis data 6 ottobre 2014 lunedì (*)</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Spazio E^3_o dei vettori applicati nel punto O dello spazio euclideo. Span di un vettore e di due vettori. Dipendenza e indipendenza lineare nello spazio dei vettori applicati. Span di tre vettori linearmente indipendenti e basi di E^3_o . Riferimento cartesiano ortogonale nello spazio. <i>(*) la lezione è stata replicata nel pomeriggio per gli studenti assenti a mattina, causa comunicazione tardiva della variazione di orario da parte della segreteria di Ingegneria. A partire dalla seconda settimana, l'orario è stato modificato per rimescolamento delle classi, al fine di risolvere il problema di capienza delle aule.</i>



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 7-8</i> <i>data 8 ottobre 2014</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Rappresentazione di un vettore su una base di E^3_0 . Equazioni di una retta in forma vettoriale e parametrica. Vettore direttore. Retta per due punti. Equazione di un piano in forma vettoriale e parametrica. Giacitura di un piano; piano per tre punti.
<i>n. prog. 9-10</i> <i>data 9 ottobre 2014</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Proiezioni ortogonali su una retta e su un piano. Decomposizione unica di un vettore nelle due proiezioni ortogonali su retta e piano ortogonali. Prodotto scalare: definizione, proprietà di positività, commutatività (simmetria), bilinearità. Calcolo del prodotto scalare in termini delle coordinate cartesiane. Equazioni di un piano in forma cartesiana; vettore normale al piano.
<i>n. prog. 11-12</i> <i>data 13 ottobre 2014</i> <i>lunedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Esercizi di geometria analitica. Esempi. Passaggio da forma parametrica a forma cartesiana e viceversa per una rappresentazione di un piano. Equazioni di una retta in forma cartesiana. Conversione da rappresentazione cartesiana a parametrica e viceversa per una retta, Posizioni reciproche fra piani, fra rette; rette complanari (parallele o incidenti), rette sghembe. Fascio improprio di piani. Esempi.
<i>n. prog. 13-14</i> <i>data 15 ottobre 2014</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Fasci di piani propri. Uso dell'equazione del fascio avente per sostegno una retta per risolvere alcuni problemi di geometria analitica. Distanza fra punti; fra piano e retta (con dimostrazione), fra punto e retta (applicazione).



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 15-16</i> <i>data 16 ottobre 2014</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	Spazi vettoriali astratti: esempi; vettori colonna a componenti in un campo; spazi vettoriali R^n . Spazi vettoriali astrati generali: definizioni e altri esempi (polinomi, funzioni continue). Analogie con la casistica e la terminologia introdotta in E^3 . Proprietà e proposizioni elementari per spazi vettoriali (leggi di annullamento, cancellazione, ecc.).
<i>n. prog. 17-18</i> <i>data 20 ottobre 2014</i> <i>lunedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	Esempi di sottospazi in E^3 . Sottospazi vettoriali: definizione mediante le proprietà di chiusura. Esempi in R^n . Esempi nello spazio dei polinomi e quello delle funzioni continue. Sottospazio vettoriale intersezione. Sottospazio vettoriale somma di due sottospazi vettoriali. Definizioni e dimostrazioni: l'intersezione e la somma sono sottospazi vettoriali; controesempio: l'unione di due sottospazi in generale non è un sottospazio vettoriale.
<i>n. prog. 19-20</i> <i>data 22 ottobre 2014</i> <i>mercoledì mattina</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	Somma di più sottospazi. Somma diretta fra due sottospazi vettoriali. Esempi e controesempi: retta-piano e due piani in E^3 . Sottospazio vettoriale generato da una lista di vettori (Span); proprietà fondamentali. Proprietà dello Span di una lista di vettori (lemma, corollario di inclusione; generatori superflui). Caso modello dello spazio E^3 . Dipendenza ed indipendenza lineare. Definizioni equivalenti di indipendenza lineare e proprietà fondamentali. Caso modello dello spazio E^3 .



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 21-22</i> <i>data 23 ottobre 2014</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Formulazione equivalente delle condizioni per l'indipendenza lineare (controllo "in cascata"). Spazi vettoriali finitamente generati, definizione di base. Esempi di spazi non finitamente generati. Algoritmi di estrazione/completamento di basi di uno spazio vettoriale; esistenza della base. Coordinate di un vettore su una base. Lemma di sostituzione. Introduzione del teorema della base; definizione di dimensione di uno spazio vettoriale finitamente generato (manca dimostrazione fondamentale).
<i>n. prog. 23-24</i> <i>data 29 ottobre 2014</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Proprietà di liste di vettori indipendenti e dipendenti. Proprietà fondamentale della base (aggiunta/cancellazione di vettori). Proprietà di una lista di vettori indipendenti in uguale numero di una base. Teorema della base (proposizioni fondamentali). Sottospazi finitamente generati; lemma fondamentale di dimensione per sottospazi di spazi finitamente generati; ricerca della base di un sottospazio vettoriale. Somma diretta di due sottospazi. Complementare di un sottospazio in uno spazio vettoriale; confronti con il caso di E^3_0 e osservazione sulla infinità di complementari di un sottospazio fissato. Generatori e basi dei sottospazi somma e intersezione fra sottospazi. Formula di Grassmann.
<i>n. prog. 25-26</i> <i>data 30 ottobre 2014</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Somma diretta di k sottospazi: definizione e condizione equivalente; esempi. Uso della formula di Grassmann. Matrici a entrate reali e elementi, colonne, righe vettori riga e vettori colonna. Somma fra matrici di uguale ordine, matrice nulla; struttura di gruppo per $M_{\mathbb{R}}(k, n)$. Moltiplicazione di una matrice per uno scalare. Spazio vettoriale delle matrici rettangolari a entrate in un campo; generatori, base canonica, dimensione. Prodotto matrice-vettore come combinazione lineare delle colonne della matrice secondo le componenti del vettore.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 27-28 data 5 novembre 2014 mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Prodotto matrice-vettore e matrice-matrice; prodotto righe per colonne fra matrici. Anello delle matrici a entrate in un campo. Matrice identità: proprietà fondamentali. Il prodotto tra matrici quadrate e l'invertibilità; matrice inversa. Condizioni equivalenti all'invertibilità di una matrice quadrata: unicità della soluzione del sistema associato, indipendenza lineare delle colonne.
<i>n. prog. 29-30 data 6 novembre 2014 giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Teorema per l'inversa di una matrice quadrata le cui colonne sono una base di R^n . Gruppo lineare delle matrici di ordine n . Matrice di cambio di base dalla base canonica di R^n verso una base qualunque. Il problema del cambio di base dalla base di uno spazio vettoriale a una seconda base generica. La matrice di cambio di base. Operazione di trasposizione; proprietà.
<i>n. prog. 31-32 data 10 novembre 2014 lunedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Proprietà dell'operazione di trasposizione. Matrici simmetriche e antisimmetriche. Sottospazi relativi e somma diretta: decomposizione unica di una matrice in una parte simmetrica e una antisimmetrica. Determinante di una matrice; definizione con la formula di sviluppo sulla prima colonna. Esempio per il caso di una matrice quadrata di ordine 2. Teoremi dello sviluppo sulla prima riga; teorema (formula) di Laplace per lo sviluppo secondo una riga o una colonna qualunque (senza dimostrazione) Proprietà caratteristiche della funzione determinante.
<i>n. prog. 33-34 data 12 novembre 2014 mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Proprietà derivate della funzione determinante; teorema di Binet e sue conseguenze sull'invertibilità di una matrice quadrata. Coincidenza fra l'insieme delle matrici non singolari e il gruppo lineare. Teorema di Cramer per la matrice inversa. Esempi di calcolo di matrici inverse. Rango di una matrice (dimensione del sottospazio generato dai vettori colonna). Prime proprietà del rango. Rango e minori: il rango coincide con r_{MAX} della matrice.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 35-36</i> <i>data 13 novembre 2014</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	LEZIONE CANCELLATA PER LA SOSPENSIONE DELLA DIDATTICA DECRETATA DAL RETTORE IN OCCASIONE DELL'INAUGURAZIONE DELL'ANNO ACCADEMICO.
<i>n. prog. 37-38</i> <i>data 17 novembre 2014</i> <i>lunedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Rango: dimostrazione del teorema per il rango massimo dei minori non nulli; regola di Kronecker degli orlati. Esempi di calcolo di determinante e di sue semplificazione mediante l'applicazione delle proprietà. Rango di una matrice con parametri. Teoremi sul determinante della matrice trasposta (con dimostrazione). Rango della trasposta e condizioni sulle righe della matrice. Sistemi lineari; notazione matriciale. Sistemi risolvibili e teorema di Rouché-Capelli (con dimostrazione).
<i>n. prog. 39-40</i> <i>data 19 novembre 2014</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Sistemi quadrati non singolari; regola di Cramer. Sistemi omogenei; risolubilità dei sistemi omogenei; primo teorema di struttura con teorema delle dimensioni per il nucleo di una matrice. Unicità della soluzione. Varietà lineare (sottospazio affine); secondo teorema di struttura per le soluzioni di un sistema lineare di k equazioni in n incognite. Esempi geometrici
<i>n. prog. 41-42</i> <i>data 20 novembre 2014</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Sistemi triangolari non singolari, risoluzione all'indietro; triangolazione di un sistema quadrato non singolare (algoritmo di Gauss). Esempi di applicazione del teorema di struttura per sistemi lineari. Matrici a scala. Lemma del rango, dell'immagine e del kernel di una matrice a scala. Eliminazione di Gauss per sistemi lineari qualunque e riduzione a sistemi a scala. Discussione di sistemi lineari parametri (a un parametro).



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 43-44</i> <i>data 26 novembre 2014</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Equazioni lineari di un sottospazio vettoriale di R^n . Determinazione delle equazioni mediante la riduzione a scala. Funzioni lineari. Applicazioni lineari definite da una matrice fra spazi di vettori colonna reali: proprietà di linearità.
<i>n. prog. 45-46</i> <i>data 27 novembre 2014</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Applicazioni lineari generali fra spazi vettoriali. Definizione ed esempi. Applicazioni lineari fra spazi vettoriali non finitamente generati (derivata). Immagine di un sottospazio vettoriale. Sottospazi vettoriali nucleo ed immagine di un'applicazione lineare. Generatori del sottospazio immagine. Iniettività e di applicazioni lineari. Teorema delle dimensioni.
<i>n. prog. 47-48</i> <i>data 1 dicembre 2014</i> <i>lunedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Applicazioni del teorema delle dimensioni. Determinazione di nucleo e immagine di applicazioni lineari definite da matrici. Iniettività e suriettività di applicazioni lineari. Isomorfismi e teoremi relativi: dimensione del kernel di un'applicazione lineare; indipendenza lineare; immagine di una base. Isomorfismo di rappresentazione. Esempi di spazi vettoriali isomorfi; isomorfismo di trasposizione della matrice; matrice inversa della trasposta. Matrice di rappresentazione di un'applicazione lineare.
<i>n. prog. 49-50</i> <i>data 3 dicembre 2014</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Equivalenza della dipendenza lineare per i vettori e per le loro rappresentazioni. Matrici di rappresentazione di un'applicazione lineare su basi differenti. Matrici simili e rappresentazioni su basi diverse di un operatore lineare di uno spazio vettoriale \mathcal{V} in sé. Invarianti per similitudine: rango, traccia, determinante: condizione necessaria, ma non sufficiente (con dimostrazioni e controesempio).
<i>n. prog. 51-52</i>	<i>Argomento</i>



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>data 4 dicembre 2014 giovedì</i>	
Lezione X Esercitazione Seminario	Lemma della traccia (dimostrazione con sommatorie) e traccia di matrici simili. Autovalore ed autovettore per un operatore lineare qualunque e di una matrice; corrispondenza tra autovalori e autovettori di un operatore e della matrice associata. Autospazi: definizione e proprietà. Ricerca degli autovalori di una matrice: equazione caratteristica. Esempi.
<i>n. prog. 53-54 data 10 dicembre 2014 mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	Polinomio caratteristico e sue proprietà. Polinomi caratteristici di matrici simili. Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Limitazioni per la molteplicità geometrica. Autovalori regolari. Equivalenza fra esistenza di base di autovettori e similitudine con matrice diagonale.
<i>n. prog. 55-56 data 11 dicembre 2014 giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	Diagonalizzabilità di una matrice, di un operatore. Teorema sulla somma diretta di autospazi. Diagonalizzabilità di matrici con polinomio caratteristico totalmente decomponibile in campo reale; proprietà aggiuntive. Primo e secondo criterio per la diagonalizzabilità di un operatore (di una matrice). Esempi di diagonalizzazioni.
<i>n. prog. 57-58 data 12 dicembre 2014 venerdì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminario	SCIOPERO
<i>n. prog. 59-60 data 15 dicembre 2014 lunedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminario	Prodotto scalare canonico in R^n ; elementi della matrice prodotto fra matrici AB come p.s. Norma indotta dal prodotto scalare. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz; disuguaglianza triangolare. Angolo fra vettori. Sistemi ortogonali ed ortonormali. Proprietà delle liste ortogonali.
<i>n. prog. 61-62 data 17 dicembre 2014</i>	<i>Argomento</i>



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>mercoledì</i>	
Lezione Esercitazione X Seminaro	Basi ortogonali ed ortonormali. Proprietà delle basi ortonormali. Proprietà delle componenti di un vettore su base ortogonale o ortonormale; coefficienti di Fourier. Algoritmo di ortogonalizzazione di Gram-Schmidt. Sottospazio ortogonale ad un insieme di vettori. Proiezione ortogonale e complemento ortogonale: dimensione del complemento ortogonale.
<i>n. prog. 63-64 data 18 dicembre 2014 giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Proprietà delle basi ortogonali: formula di Parseval, teorema di Pitagora generalizzato. Matrici ortogonali; definizione e motivazione.. Caratterizzazione dei vettori righe/colonne di una matrice ortogonale. Distanza e metrica. Matrici ortogonali 2X2; gruppo ortogonale di ordine n e gruppo ortogonale speciale. Matrici simmetriche: teorema spettrale e suo corollario.
<i>n. prog. 65-66 data 19 dicembre 2014 venerdì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Esempi e applicazioni: forme quadratiche; forma canonica e segno di una forma quadratica; legame con gli autovalori. Esercizi di riepilogo esempi di proiezioni ortogonali e complementi ortogonali; esempio di diagonalizzazione con teorema spettrale. NOTA: QUASI META' DELLA LEZIONE E' ANDATA PERSA A CAUSA DELL'IMPROVVIDA DECISIONE DI ORGANIZZARE UN'ESERCITAZIONE DELLA SQUADRA ANTINCENDIO PROPRIO QUANDO SERVIVA DI MENO ALLO SCOPO DELL'ESERCITAZIONE E DI PIU' ALL'INTRALCIO AL LAVORO DEI DOCENTI E DEGLI STUDENTI, CONSIDERANDO CHE IL VENERDI' META' DELLE LEZIONI SONO SOSPESSE E, IN OCCASIONE DELL'ULTIMO VENERDI' PRIMA DELLA SOSPENSIONE NATALIZIA CIRCA LA META' DI LORO E' GIA' PARTITA PER LE VACANZE. SOLO UNA MINORANZA DEGLI STUDENTI HA POTUTO PRENDERE PARTE ALL'ESERCITAZIONE, CHE, QUINDI, SI RIVELA INEFICACE, OSSIA INUTILE.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

<i>n. prog. 67-68</i> <i>Data 7 gennaio 2015</i> <i>mercoledì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione X Esercitazione Seminaro	Studio del segno di una forma quadratica. Teorema di Sylvester (dei minori incapsulati). Dimostrazione del teorema di Laplace. Esercizi di riepilogo.
<i>n. prog. 69-70</i> <i>data 8 gennaio 2015</i> <i>giovedì</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione X Seminaro	Esercizi di riepilogo.
<i>n. prog.</i> <i>data ** gennaio 2015</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione Seminaro X	Assistenza e correzione scritti.
<i>n. prog.</i> <i>data ** febbraio 2015</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione Seminaro X	Assistenza e correzione scritti.
<i>n. prog.</i> <i>data ** febbraio 2015</i>	<i>Argomento</i>
Lezione Esercitazione Seminaro X	Assistenza e correzione scritti.



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PAVIA

RIASSUNTO

- Numero lezioni assegnate	30L+30E
- Numero lezioni effettivamente impartite ll
- Numero esercitazioni effettivamente impartite ee
- Numero dei seminari svolti yy
- Numero lezioni perse per malattie
- Numero lezioni perse per altri motivi (sciopero)	... 2
.....	
.....	
	totale ... XX ..

Si certifica che TUTTE le ore di lezione ed esercitazione sono state IMPARTITE DAL DOCENTE

IL DOCENTE

.....

Visto del Preside

Visto del Direttore (*)

(*) per le Scuole di Specializzazione e le Scuole di Dottorato di ricerca