Università di Pavia

Facoltà di Scienze Matematiche, Fisiche e Naturali

Corso di Informatica per Scienze della Terra - Prof. F. Bisi

Prova pratica del 15 giugno 2005
tempo a disposizione: 2 ore e 30 minuti

Dove non specificato altrimenti, si intende che il linguaggio da usare per i file richiesti sia MATLAB.

NON è consentito consultare appunti o file preparati in precedenza (tranne le tabelle di riferimento distribuite durante il corso) o effettuare ricerche in rete con un browser o un motore di ricerca; è permesso l'uso di tutti gli help di MATLAB integrati. È rigorosamente vietato comunicare con altre persone (esclusi i membri della commissione) con qualsiasi mezzo diretto (vocale, gestuale, scritto, ecc.) o indiretto (cellulare, SMS, email ecc.), pena l'esclusione INAPPELLABILE dalla prova.

Al termine del tempo assegnato tutti i file creati da consegnare per la valutazione devono essere salvati nella `HOME` *assegnata, all'interno della directory* `Esame`.

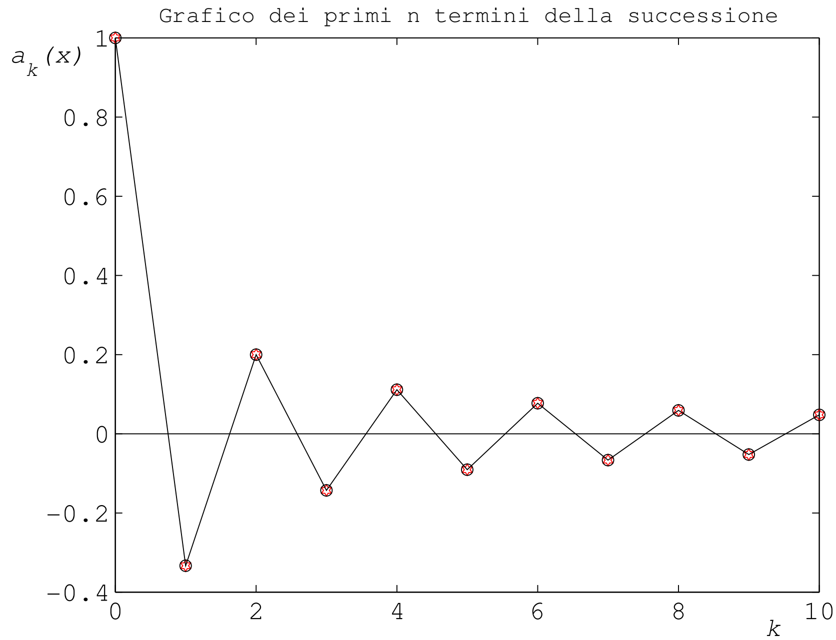
1. Scrivere una `function` di nome `sequence`, da chiamare con i valori in ingresso x reale e k intero ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$) che calcoli il valore dell'elemento $k-$esimo della successione $a_k(x)$ così definita:

$$a_k(x) := (-1)^k \, \frac{x^{2k+1}}{2k+1} \,,$$

(ossia, `sequence(x,k)` $\equiv a_k(x)$).

Si verifichi il corretto funzionamento del codice: a tale fine, ad esempio, dovrà fornire i seguenti risultati:

```
>> sequence( 0, 0)
ans =
    0
>> sequence( 0.5, 1)
ans =
    -0.0417
>> sequence( 0.5, 2)
ans =
    0.0063
>> sequence( 0.5, 3)
ans =
    -0.0011
>> sequence( 1, 1)
ans =
    -0.3333
>> sequence( 1, 2)
ans =
    0.2000
ans =
    -0.1429
```



2. Scrivere una `function` di nome `plot_sequence`, da chiamare con i valori in ingresso x reale e n intero ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) che premetta di visualizzare il grafico dei valori di $a_k(x)$ per k compreso fra 0 ed n; ad esempio, il comando `plot_sequence(1,10)` deve produrre il grafico seguente:

3. Scrivere una `function` di nome `partsum` che calcoli la somma dei primi n termini della successione $a_k(x)$; ossia: `partsum(x,n)` $\equiv s_n(x) := a_0(x) + a_1(x) + \dots a_{n-1}(x) + a_n(x)$. Ecco alcuni dei risultati da ottenere:

```
>> partsum( 1, 1)
ans =
    0.6667
>> partsum( 1, 5)
ans =
    0.7440
>> partsum( 0.5, 4)
ans =
    0.4637.
```

4. Al tendere all'infinito di n, per $x \in [-1, 1]$ la somma parziale $s_n(x)$ tende ad $\arctan(x)$ (arcotangente del valore $x \in \mathbb{R}$); Scrivere una `function` di nome `plot_partsum`, da chiamare con i valori in ingresso a e b reali, e nk, np interi che premetta di visualizzare (usando una linea tratteggiata) il grafico dei valori di `partsum(x, nk)` in funzione di x, con $x \in [a, b]$ vettore equispaziato di np punti, e (usando una linea continua) il grafico di $arctan(x)$ in funzione di x su un intervallo $[a, 2b]$; a titolo di esempio, il comando `plot_partsum(0,1.1,10,101)` e `plot_partsum(0,1.1,21,101)` devono produrre i grafici riportati in fondo al testo. (*Suggerimento:* si consiglia di usare il comando `legend` per inserire una legenda nel grafico)

5. Poiché $\arctan(1) = \pi/4$, è possibile usare la `function partsum` per calcolare il valore approssimato di π: se n è sufficientemente grande, si ha infatti `4*partsum(1, n)`$\approx \pi$. Verificare l'affermazione eseguendo il seguente calcolo:

```
>> 4*partsum( 1, 100)
ans =
     3.1515.
```

Predisporre, quindi, uno `script` di nome `tabappigr` con il quale viene calcolato il valore approssimato di π, come suggerito sopra, usando la `function partsum(1,n)` con n che può assumere valori corrispondenti alle potenze del 10 da 1 a 10^6; una volta calcolati questi valori, visualizzata a schermo una tabella nelle cui colonne vengono riportati, nell'ordine:

1. il numero n;
2. il valore p_n approssimato di π corrispondente;
3. l'errore assoluto $E_n := |p_n - \pi|$ compiuto nel calcolare il valore precedente (si usi il valore della costante `pi` come "valore vero";
4. l'errore relativo $E_r := E_n/\pi$ corrispondente.

6. *(Facoltativo):* predisporre un codice C che ottenga lo stesso risultato del punto 5.

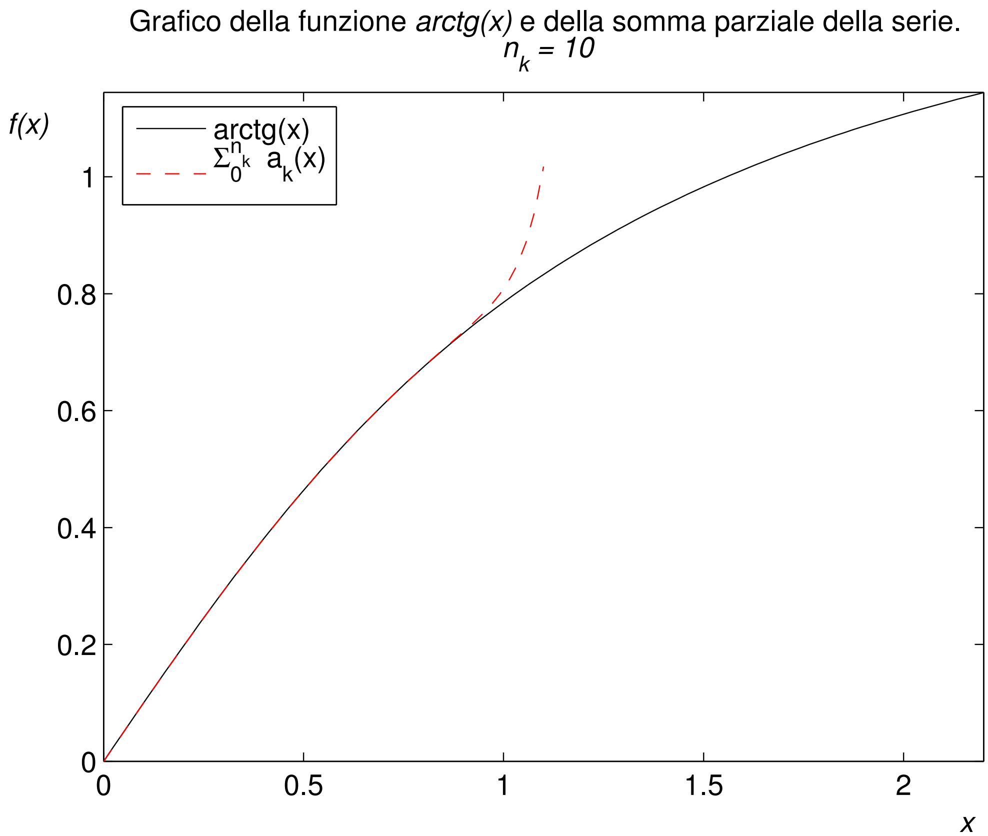


Grafico della funzione *arctg(x)* e della somma parziale della serie.
$n_k = 21$