Università di Pavia
FACOLTÀ DI SCIENZE MATEMATICHE, FISICHE E NATURALI
Corso di Informatica per Scienze della Terra - Prof. F. BISI

Prova pratica del 1 febbraio 2006
tempo a disposizione: 1 ore e 45 minuti

Dove non specificato altrimenti, si intende che il linguaggio da usare per i file richiesti sia MATLAB.

NON è consentito consultare appunti o file preparati in precedenza (tranne le tabelle di riferimento distribuite durante il corso) o effettuare ricerche in rete con un browser o un motore di ricerca; è permesso l'uso di tutti gli help di MATLAB integrati. È rigorosamente vietato comunicare con altre persone (esclusi i membri della commissione) con qualsiasi mezzo diretto (vocale, gestuale, scritto, ecc.) o indiretto (cellulare, SMS, email ecc.), pena l'esclusione INAPPELLABILE dalla prova.

Al termine del tempo assegnato tutti i file creati da consegnare per la valutazione devono essere salvati nella `HOME` *assegnata, all'interno della directory* `Esame`.

1. *(5 punti)* Scrivere una `function` di nome `sequence`, da chiamare con i valori in ingresso x reale e k intero ($k = 0, 1, 2, 3, \dots$) che calcoli il valore dell'elemento $k-$esimo della successione $a_k(x)$ così definita:

$$a_k(x) := (-1)^k \frac{x^{4k}}{(2k)!},$$

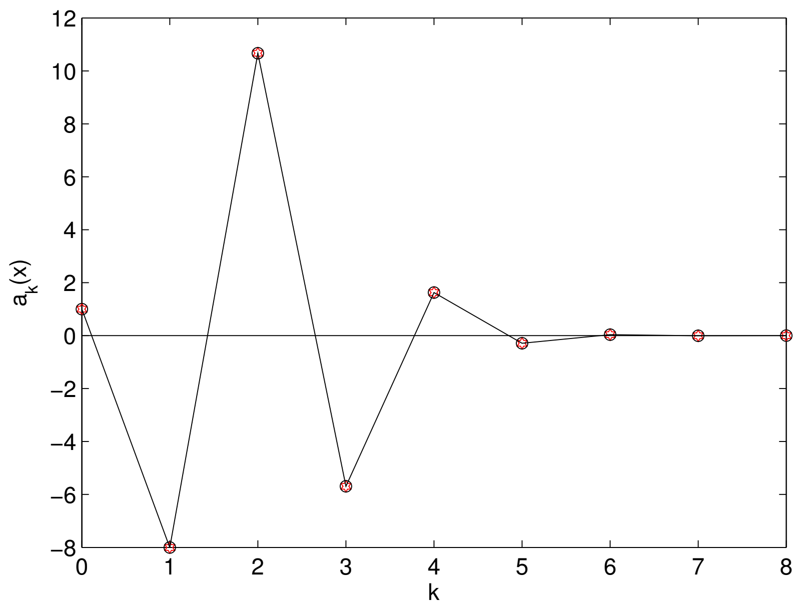
(ossia, `sequence(x,k)` $\equiv a_k(x)$). Si ricorda che la funzione $n!$ in inglese è detta *factorial*: questo può aiutare la ricerca del comando utile.

Si verifichi il corretto funzionamento del codice: a tale fine, ad esempio, dovrà fornire i seguenti risultati:

```
>> sequence( 0, 0)
ans =
    1
>> sequence( 0.5, 1)
ans =
    -0.0312
>> sequence( 0.5, 2)
ans =
    1.6276e-4
>> sequence( 0.5, 3)
ans =
    -3.39088e-07
>> sequence( 1, 1)
ans =
    -0.5000
>> sequence( 1, 2)
ans =
    0.0417
>> sequence( -0.8, 2)
ans =
```

```
    0.0070
```

2. *(8 punti)* Scrivere una `function` di nome `plot_sequence`, da chiamare con i valori in ingresso x reale e n intero ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) che premetta di visualizzare il grafico dei valori di $a_k(x)$ per k compreso fra 0 ed n; ad esempio, il comando `plot_sequence(2,8)` deve produrre il grafico seguente:



3. *(6 punti)* Scrivere una `function` di nome `partsum` che calcoli la somma dei primi $n+1$ termini della successione $a_k(x)$; ossia: `partsum(x,n)` $\equiv s_n(x) := a_0(x) + a_1(x) + \dots a_{n-1}(x) + a_n(x)$. Ecco alcuni dei risultati da ottenere:

```
>> partsum( 1, 1)
ans =
    0.5000
>> partsum( 2, 5)
ans =
    -0.6858
>> partsum( 0.5, 4)
ans =
    0.9689.

>> partsum( -0.7, 3)
ans =
    0.8823.
```

4. *(8 punti)* Al tendere all'infinito di n, per $x \in (-1, 1)$ la somma parziale $s_n(x)$ tende a $\cos(x^2)$; Scrivere una `function` di nome `plot_partsum`, da chiamare con i valori in ingresso a e b reali, e nk, np interi che premetta di visualizzare (usando una linea tratteggiata) il grafico dei valori di `partsum(x, nk)` in funzione di x, con $x \in [a, b]$

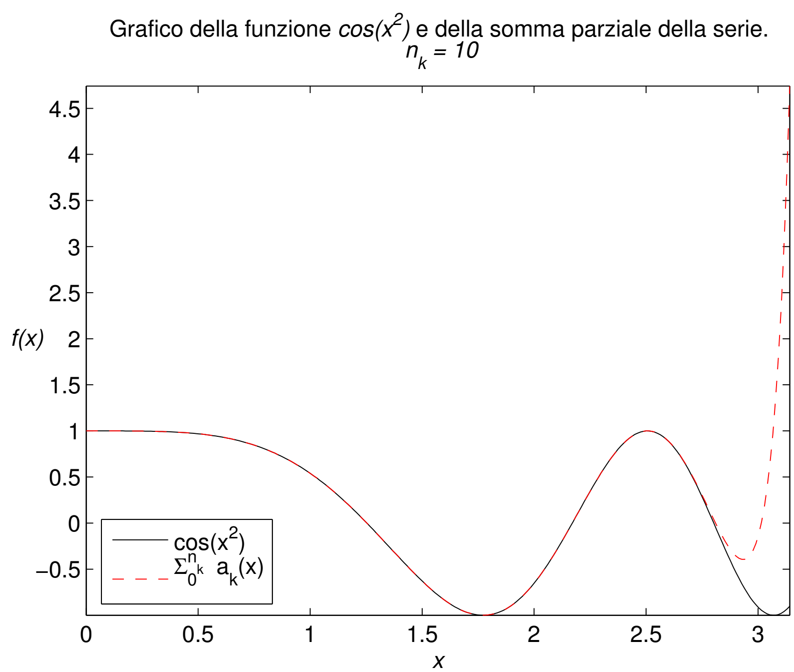
vettore equispaziato di np punti, e (usando una linea continua) il grafico di $\cos(x^2)$ in funzione di x sullo stesso intervallo; a titolo di esempio, il comando `plot_partsum(0,pi,10,251)` e `plot_partsum(0,pi,11,251)` devono produrre i grafici riportati in fondo al testo. (*Suggerimento:* si consiglia di usare il comando `legend` per inserire una legenda nel grafico)

5. *(10 punti)* Predisporre uno `script` di nome `tabtestder` (o una funzione dallo stesso nome) con il quale viene calcolato il valore approssimato Df_h della derivata della funzione $f(x) = \cos(x^2)$, nel punto $x_0 = 1$ usando la formula approssimata del secondo ordine

$$Df_h(x_0) = \frac{f(x_0+h) - f(x_0-h)}{2h} + o(h^2)\,;$$

l'incremento h può assumere valori corrispondenti alle potenze intere del 10 da 1 a 10^{-5}. Una volta calcolati i valori approsimati della derivata, mediante lo script o la funzione, verificare che l'ordine dell'approssimazione è 2 calcolando il parametro $\alpha = \frac{\log(E_1/E_2)}{\log(h_1/h_2)}$, dove E_1 ed E_2 indicano due errori relativi consecutivi nella sequenza finita calcolata e h_1 e h_2 i corrispondenti incrementi. Infine, visualizzare a schermo una tabella nelle cui colonne vengono riportati, nell'ordine:

1. l'incremento h;
2. il valore Df approssimato della derivata corrispondente;
3. l'errore assoluto $E_h := |Df_h - f'(x_0)|$ compiuto nel calcolare il valore precedente;
4. l'errore relativo $E_r := E_n/f(x_0)$ corrispondente;
5. il valore di α corrispondente al rapporto con i valori precedenti (lasciare il campo relativo a $h = 1$ vuoto o scrivervi `NaN`).



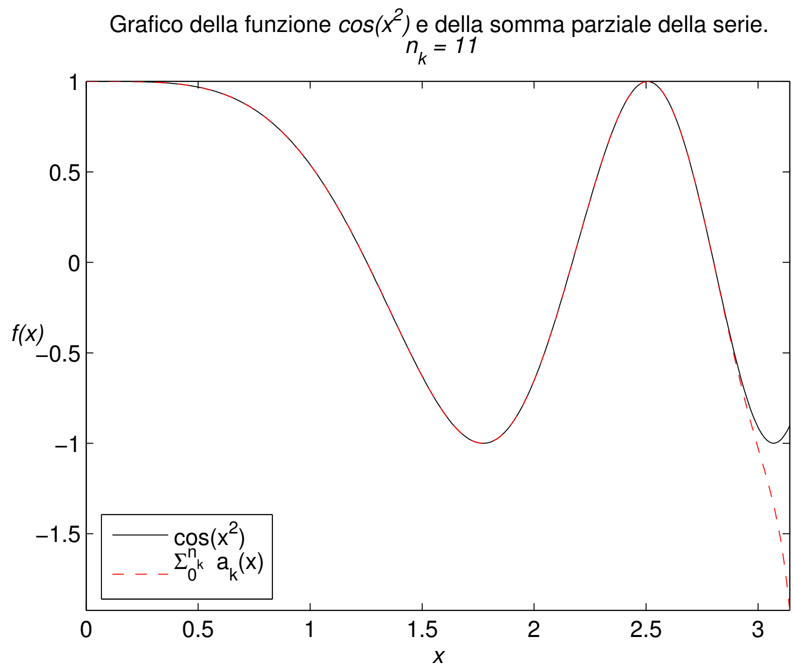


Grafico della funzione cos(x^2) e della somma parziale della serie.
n_k = 11
f(x)
x
cos(x^2)
Σ_0^{n_k} a_k(x)
1
0.5
0
−0.5
−1
−1.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3