

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Prova “in itinere” di
Modellistica Elettrica e Magnetica
Modulo A
23 Novembre 2009

Il **Candidato** scriva i propri Cognome, Nome e Matricola.

COGNOME

NOME

MATRICOLA

La prova dovrà essere espletata in due ore di tempo.

Non è consentito consultare testi o appunti.

La risposta a ciascun quesito deve essere contenuta nello spazio indicato.

L'esito sarà pubblicato all'indirizzo <http://smmm.unipv.it/teaching.html>

ESITO

NON autorizzo la diffusione in chiaro dell'esito della prova

Firma:

DOMANDE

1. Siano \mathbf{u} e \mathbf{v} campi vettoriali differenziabili definiti in un aperto dello spazio euclideo tridimensionale. Calcolare $\nabla(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})$, $\operatorname{div}(\mathbf{u} \otimes \mathbf{v})$ e $\nabla[(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v})\mathbf{u}]$.

-
2. Che cos'è e quando si può definire il potenziale vettoriale di un campo vettoriale \mathbf{v} ?

-
3. La carica Q è uniformemente distribuita lungo un anello circolare di raggio R che giace sul piano (x, y) di un riferimento cartesiano, con centro nell'origine delle coordinate. Determinare il campo elettrico lungo l'asse z . Se nell'origine è posto un dipolo puntiforme di momento $\mathbf{d} = d\mathbf{e}_z$, calcolare la forza e la coppia elettriche esercitate dall'anello sul dipolo.

-
4. Un disco di raggio R è posto sul piano (x, y) di un riferimento cartesiano con centro nell'origine delle coordinate. Se il disco è sede di una distribuzione uniforme di dipoli elettrici puntiformi con momento dipolare di densità superficiale $\mathbf{d} = d\mathbf{e}_z$, calcolare il potenziale elettrostatico in tutti i punti dell'asse z .
-
5. Se il piano (x, y) di un riferimento cartesiano è sede di una distribuzione uniforme di dipoli elettrici puntiformi con momento dipolare di densità superficiale $\mathbf{d} = d\mathbf{e}_z$, determinare il campo elettrico in tutti i punti dello spazio.
-
6. Sapendo che quando un dipolo puntiforme di momento \mathbf{d} è posto nel punto o il gradiente del campo elettrico che esso genera nello stazio circostante è dato dal tensore

$$\nabla \mathbf{E} = \frac{3}{r^4} [(\mathbf{d} \cdot \mathbf{e}_r) \mathbf{I} + (\mathbf{e}_r \otimes \mathbf{d} + \mathbf{d} \otimes \mathbf{e}_r) - 5(\mathbf{d} \cdot \mathbf{e}_r) \mathbf{e}_r \otimes \mathbf{e}_r],$$

dove $r := |p - o|$ e $\mathbf{e}_r := \frac{p - o}{r}$, calcolare la forza \mathbf{f}_{21} che un dipolo puntiforme di momento \mathbf{d}_1 nel punto p_1 esercita su un dipolo puntiforme di momento \mathbf{d}_2 nel punto $p_2 \neq p_1$. In particolare, dire se la forza \mathbf{f}_{21} è parallela al vettore interdipolare $(p_2 - p_1)$. Scambiando i ruoli dei dipoli \mathbf{d}_1 e \mathbf{d}_2 , determinare la forza \mathbf{f}_{12} che il dipolo \mathbf{d}_2 esercita sul dipolo \mathbf{d}_1 . In particolare, calcolare la forza totale $\mathbf{f}_{12} + \mathbf{f}_{21}$.