Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica Razionale (Parte I)

10 Settembre 2004

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2** ***ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO			

QUESITI

Q1. *Trovare le coordinate del centro del cerchio osculatore della curva*

$$p(u) - O = 3u\boldsymbol{e}_x + 2u^2\boldsymbol{e}_y + u^3\boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente ad $u = 0$.

{5,-1,0}

Risposta

◯ $(0, \frac{9}{4}, 0)$ ◯ $(0, \frac{2}{3}, 0)$ ◯ $(0, \frac{1}{6}, 0)$ ◯ $(0, 9, 0)$ ◯ $(0, \frac{1}{2}, 0)$ ◯ $(0, \frac{1}{3}, 0)$ ◯ $(0, \frac{1}{4}, 0)$ ◯ $(0, \frac{3}{2}, 0)$

Q2. *In un piano, un disco di massa $3m$ e raggio $2R$ ha un punto della circonferenza incernierato ad un punto fisso O. Ortogonalmente al diametro per O, a distanza R da O, è praticata una scanalatura entro cui può muoversi senza attrito un punto materiale P di massa $6m$ (Figura 1). Trovare il momento della quantità di moto del sistema rispetto ad O, in funzione delle coordinate lagrangiane s e ϑ e delle loro derivate temporali.*

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $\boldsymbol{K}_O = m[(20R^2+6s^2)\dot{\vartheta}+6R\dot{s}]\boldsymbol{e}_z$ ◯ $\boldsymbol{K}_O = m[(\frac{63}{2}R^2+6s^2)\dot{\vartheta}+3R\dot{s}]\boldsymbol{e}_z$ ◯ $\boldsymbol{K}_O = m[(16R^2+4s^2)\dot{\vartheta}+4R\dot{s}]\boldsymbol{e}_z$
◯ $\boldsymbol{K}_O = m[(36R^2+6s^2)\dot{\vartheta}+6R\dot{s}]\boldsymbol{e}_z$ ◯ $\boldsymbol{K}_O = m[(24R^2+6s^2)\dot{\vartheta}+6R\dot{s}]\boldsymbol{e}_z$ ◯ $\boldsymbol{K}_O = m[(32R^2+2s^2)\dot{\vartheta}+4R\dot{s}]\boldsymbol{e}_z$

◯ $\boldsymbol{K}_O = m[(6R^2 + 3s^2)\dot{\vartheta} + 3R\dot{s}]\boldsymbol{e}_z$ ◯ $\boldsymbol{K}_O = m[(26R^2 + 6s^2)\dot{\vartheta} + 6R\dot{s}]\boldsymbol{e}_z$

Q3. *In un piano verticale, un filo omogeneo AB di peso specifico costante $p/2$ è disposto su un semidisco di raggio $4R$ che non offre attrito (Figura 3). L'estremo A è libero, mentre B è soggetto ad una forza elastica di opportuna costante che lo attrae verso il punto C posto a distanza $4R\sqrt{2}$ dal centro O del semidisco, alla stessa quota di O. Trovare la reazione vincolare risultante $\boldsymbol{\Phi}$ esercitata all'equilibrio dal semidisco sul filo.*

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $\boldsymbol{\Phi} = pR[-2\boldsymbol{e}_x + (1 + \frac{3\pi}{4})\boldsymbol{e}_y]$ ◯ $\boldsymbol{\Phi} = \frac{3pR}{4}[-\boldsymbol{e}_x + (1 + \frac{3\pi}{4})\boldsymbol{e}_y]$ ◯ $\boldsymbol{\Phi} = 4pR[-\boldsymbol{e}_x + (1 + \frac{3\pi}{2})\boldsymbol{e}_y]$
◯ $\boldsymbol{\Phi} = pR[-\boldsymbol{e}_x + (1 + \frac{3\pi}{2})\boldsymbol{e}_y]$ ◯ $\boldsymbol{\Phi} = 6pR[-\boldsymbol{e}_x + (1 + \frac{3\pi}{2})\boldsymbol{e}_y]$ ◯ $\boldsymbol{\Phi} = \frac{3pR}{8}[-\boldsymbol{e}_x + (1 + \frac{3\pi}{2})\boldsymbol{e}_y]$
◯ $\boldsymbol{\Phi} = pR[\boldsymbol{e}_x + (1 - \frac{3\pi}{2})\boldsymbol{e}_y]$ ◯ $\boldsymbol{\Phi} = \frac{3pR}{2}[-\boldsymbol{e}_x + (1 + \frac{\pi}{4})\boldsymbol{e}_y]$

Q4. *La struttura rigida riportata in Figura 2 è composta da due aste omogenee, AB e DBC. L'asta rettilinea AB ha peso $4p$ e lunghezza 2ℓ mentre DBC è a forma di semicirconferenza, ha peso trascurabile e raggio ℓ. In D agisce il carico concentrato $\boldsymbol{q} = -3p(\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y)$. La struttura è articolata in B con una cerniera e vincolata a terra con altre due cerniere in A e C. Calcolare il modulo della reazione vincolare sviluppata dalla cerniera in C.*

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $|\Phi_C| = p\sqrt{19}$ ◯ $|\Phi_C| = p\sqrt{17/8}$ ◯ $|\Phi_C| = p\sqrt{17/2}$ ◯ $|\Phi_C| = 4p$
◯ $|\Phi_C| = p\sqrt{5}$ ◯ $|\Phi_C| = 6p$ ◯ $|\Phi_C| = p\sqrt{24}$ ◯ $|\Phi_C| = p\sqrt{26}$

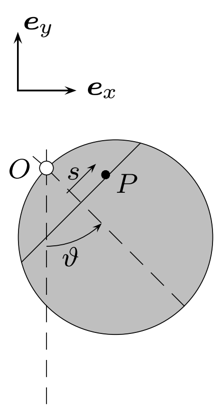

Fig. 1

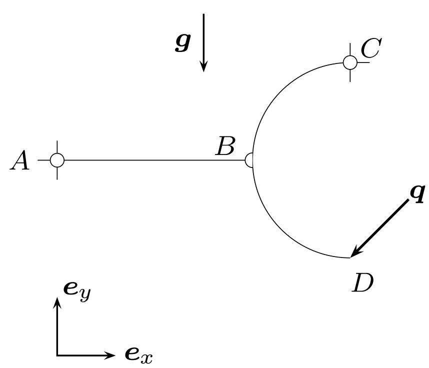

Fig. 2

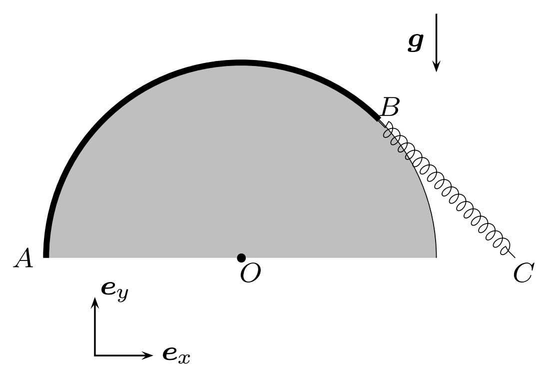

Fig. 3