

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
10 settembre 2004

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La seconda parte della *prova* consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

QUESITI

Q1. Si considerino i seguenti vettori: $\mathbf{v} = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z$, $\mathbf{u} = \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z$ e $\mathbf{w} = 2\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z$.
Calcolare $s := \mathbf{u} \cdot (\mathbf{u} \otimes \mathbf{v})(\mathbf{w} \otimes \mathbf{u})\mathbf{u}$.

{5,-1,0}

Risposta

$s = 8$ $s = 16$ $s = 32$ $s = 50$ $s = -7$ $s = -15$ $s = -31$ $s = -49$

Q2. Un corpo è formato da un disco omogeneo di centro C_1 , massa m e raggio R saldato in un punto posto sulla sua circonferenza nel punto medio del lato di lunghezza $4R$ di una lamina quadrata omogenea di massa $2m$; sia C_2 il centro della lamina quadrata (Figura 1). Calcolare la differenza $\Delta\mathcal{I} := I_x - I_y$ fra i momenti centrali d'inerzia complessivi I_x ed I_y , nelle direzioni \mathbf{e}_x , \mathbf{e}_y del piano della lamina, con \mathbf{e}_y parallelo a $C_1 - C_2$.

{5,-1,0}

Risposta

$\Delta\mathcal{I} = 6mR^2$ $\Delta\mathcal{I} = 8mR^2$ $\Delta\mathcal{I} = 24mR^2$ $\Delta\mathcal{I} = \frac{24}{5}mR^2$
 $\Delta\mathcal{I} = \frac{147}{16}mR^2$ $\Delta\mathcal{I} = \frac{15}{2}mR^2$ $\Delta\mathcal{I} = \frac{25}{6}mR^2$ $\Delta\mathcal{I} = \frac{49}{6}mR^2$

Q3. Ad un dato istante, l'atto di moto di un corpo rigido \mathcal{B} è caratterizzato da una velocità angolare $\boldsymbol{\omega} = \omega\mathbf{e}$, con $\omega \neq 0$ ed \mathbf{e} un versore; la velocità di un punto P del corpo è $\mathbf{v}_P = v_0\mathbf{e}$, con $v_0 \neq 0$. Quale fra le seguenti espressioni è sempre vera?

Risposta

- Esiste un solo punto Q del corpo tale che $\mathbf{v}_Q = \mathbf{0}$.
- Esiste un insieme di punti del corpo, disposti lungo una retta r , dotati di velocità nulla.
- Esiste un punto del corpo rispetto al quale la velocità angolare è nulla.
- Esiste un insieme di punti del corpo, disposti lungo una retta non passante per P , aventi velocità \mathbf{v}_P .
- Esiste un insieme di punti del corpo, disposti lungo una retta passante per P , aventi velocità \mathbf{v}_P .
- Esiste un insieme di punti del corpo, disposti lungo una retta passante per P , aventi velocità angolare nulla.
- Tutti i punti del corpo hanno velocità \mathbf{v}_P .
- Nessuna delle precedenti.

Q4. In un piano, una lamina quadrata omogenea di massa $2m$ ha un lato AB , di lunghezza ℓ vincolato a scorrere senza attrito lungo una guida verticale; un punto materiale P di massa m può scorrere senza attrito lungo una scanalatura diagonale sulla lamina. Una molla di lunghezza a riposo nulla e costante elastica $2\frac{mg}{\ell}$ attrae il vertice A verso un punto fisso O posto sulla guida verticale; una seconda molla di lunghezza a riposo nulla e costante elastica $\frac{mg}{\ell}$ attrae P verso A (Figura 2). Calcolare le pulsazioni delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio stabile.

{5,-1,0}

Risposta

- $\omega_{1,2} = 2\sqrt{\frac{g}{\ell}}, \sqrt{\frac{8g}{5\ell}}$
- $\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{2g}{\ell}}, \sqrt{\frac{2g}{3\ell}}$
- $\omega_{1,2} = 2\sqrt{\frac{g}{3\ell}}, 2\sqrt{\frac{2g}{3\ell}}$
- $\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{18 \pm 2\sqrt{29}}{13} \frac{g}{\ell}}$
- $\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{5 \pm \sqrt{5}}{5} \frac{g}{\ell}}$
- $\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{7 \pm \sqrt{7}}{7} \frac{g}{\ell}}$
- $\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{14 \pm 2\sqrt{13}}{9} \frac{g}{\ell}}$
- $\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{4 \pm \sqrt{6}}{5} \frac{g}{\ell}}$

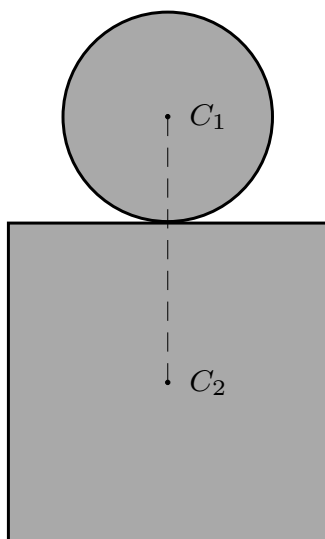


Fig. 1

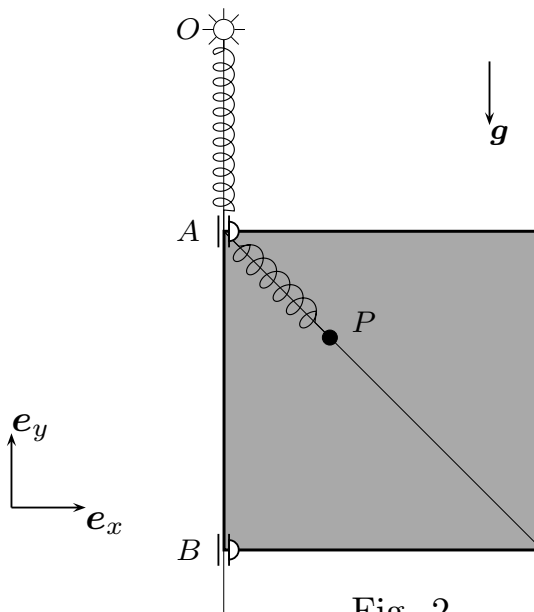


Fig. 2