

COGNOME

NOME

La **prova** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

Per i quesiti a risposta chiusa, la **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

**ESITO** | | |

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.  
 FIRMA:

**QUESITI A RISPOSTA CHIUSA**

**QC1.** Trovare le coordinate  $(x, z)$  del punto di intersezione del piano  $y = 0$  con l'asse centrale del seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 0, 1), \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 2, 2), \\ \mathbf{v}_3 = 3\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (3, 3, 0). \end{cases}$$

**{6,-1,0}**

**Soluzione**

$\bigcirc x = -\frac{19}{10}, z = \frac{4}{25}$     $\bigcirc x = \frac{7}{10}, z = -\frac{67}{25}$     $\bigcirc x = -\frac{19}{10}, z = \frac{8}{25}$   
 $\bigcirc x = -\frac{11}{10}, z = -\frac{67}{25}$     $\bigcirc x = -\frac{19}{10}, z = -\frac{1}{25}$     $\bigcirc x = -\frac{19}{10}, z = -\frac{67}{25}$

**QC2.** Dati i tensori:

$$\begin{cases} \mathbf{L} = 3\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_z \\ \mathbf{M} = 2\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x \end{cases}$$

ed il vettore  $\mathbf{v} = -\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y + \gamma\mathbf{e}_z$ , per quale valore di  $\gamma$  si ha  $(\mathbf{L} + \mathbf{M})^2\mathbf{v} \cdot \mathbf{e}_x = 0$ .

**{6,-1,0}**

**Soluzione**

$\bigcirc \gamma = -\frac{3}{2}$     $\bigcirc \gamma = -\frac{14}{9}$     $\bigcirc \gamma = -\frac{5}{3}$     $\bigcirc \gamma = -\frac{4}{3}$     $\bigcirc \gamma = -\frac{20}{9}$     $\bigcirc \gamma = -\frac{9}{4}$

**QC3.** Dato un sistema olonomo, scleronomo a due gradi di libertà, dette  $(q_1, q_2) \in \mathbb{R}^2$  le coordinate lagrangiane che ne individuano la configurazione ed  $m$  una massa caratteristica, quale tra le seguenti è una possibile espressione per l'energia cinetica del sistema.

**{6,-1,0}**

**Risposta**

$\bigcirc T = m(\dot{q}_1^4 + 4\dot{q}_2^2)$     $\bigcirc T = m(\dot{q}_1^2 - 4\dot{q}_2^2)$     $\bigcirc T = m[(1 + q_1^2)\dot{q}_1^2 + 4\dot{q}_2^2]$   
 $\bigcirc T = m(\dot{q}_1^3 + 4\dot{q}_2^2)$     $\bigcirc T = m((1 - q_1^2)\dot{q}_1^2 + 4\dot{q}_2^2)$     $\bigcirc$  Nessuna delle precedenti.

---



---

**QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA**

---



---

**QA1.** In un piano verticale, un semidisco omogeneo di massa  $2m$  e raggio  $R$  ha un estremo del diametro incernierato ad un punto fisso  $O$ . Sul bordo del semidisco è libero di muoversi senza attrito un punto materiale  $P$  di massa  $m$  attratto verso  $O$  da una molla ideale di costante elastica  $4mg/R$ . Introdotte le coordinate generalizzate  $\vartheta$  e  $\varphi$  indicate in Figura 1, rispondere alle seguenti domande:

1. Qual è il momento di inerzia del semidisco rispetto all'asse per  $O$  diretto come  $\mathbf{e}_z := \mathbf{e}_x \wedge \mathbf{e}_y$ ? **{3,0,0}**

---

2. Qual è l'energia potenziale totale del sistema? **{3,0,0}**

---

3. Quanto valgono  $\ddot{\vartheta}(0)$  **{2,0,0}** e  $\ddot{\varphi}(0)$  **{2,0,0}** se le condizioni iniziali sono  $\vartheta(0) = 0$ ,  $\varphi(0) = \frac{\pi}{4}$ ,  $\dot{\vartheta} = \dot{\varphi} = 0$ ?

**QA2.** In un piano verticale, un filo  $AC$  omogeneo di peso specifico  $3p$  ha il tratto  $AB$  che sottende un angolo di ampiezza  $\vartheta_0 < \frac{\pi}{2}$  a contatto senza attrito con un semidisco di raggio  $R$ , mentre il tratto  $BC$  è libero. In  $A$  e  $C$  sono applicate due forze orizzontali,  $-2pRe_x$  e  $pRe_x$ , rispettivamente. Detto  $\vartheta \in [0, \vartheta_0]$  l'angolo che la verticale forma con un raggio generico (Fig. 2) determinare, in condizioni di equilibrio,

1. la tensione in ogni punto di  $AB$ , in funzione di  $\vartheta$ ; **{2,0,0}**

---

2. la lunghezza del tratto libero  $BC$  in funzione di  $\vartheta_0$ . **{3,0,0}**

---

3. il valore di  $\cos \vartheta_0$ ; **{3,0,0}**

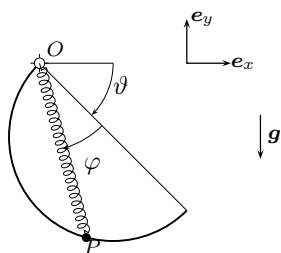


Fig. 1



Fig. 2

- QA1.1 .....
- QA1.2 .....
- QA1.3 .....
- QA2.1 .....
- QA2.2 .....
- QA2.3 .....