Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica Razionale - *12 aprile 2007*

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. *Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \alpha\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,0,0), \\ \boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1,0,1), \\ \boldsymbol{v}_3 = -\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (0,1,1). \end{cases}$$

Calcolare per quale valore di α il trinomio invariante assume il valore 2

{6,-1,0}

Risposta

◯ $\alpha = -\frac{5}{4}$ ◯ $\alpha = -\frac{9}{4}$ ◯ $\alpha = -\frac{6}{5}$ ◯ $\alpha = -\frac{5}{3}$ ◯ $\alpha = -\frac{3}{2}$ ◯ $\alpha = -5$

QC2. *In una lamina omogenea circolare di massa $3m$, centro O e raggio $3R$ viene praticato un foro circolare di raggio R centrato nel punto O' posto a distanza $\frac{3}{2}R$ da O. Calcolare il momento di inerzia I_z del corpo così ottenuto per un asse passante per O parallelo ad $\boldsymbol{e}_z := \boldsymbol{e}_x \wedge \boldsymbol{e}_y$.*

{6,-1,0}

Risposta

◯ $\frac{137}{8}mR^2$ ◯ $\frac{247}{8}mR^2$ ◯ $\frac{197}{8}mR^2$ ◯ $\frac{485}{8}mR^2$ ◯ $\frac{151}{12}mR^2$ ◯ $\frac{205}{16}mR^2$

QC3. *Le configurazioni di un sistema olonomo ad n gradi di libertà sono descritte dalle coordinate lagrangiane $\boldsymbol{q} := \{q_1, \dots q_n\}$. Si supponga che il sistema di forze attive ammetta un'energia potenziale $V = V(\boldsymbol{q})$ e che i vincoli siano perfetti; si indichi con $T = T(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}, t)$ l'energia cinetica del sistema, e con $L := T - V$ la funzione lagrangiana. Quale fra le seguenti espressioni è l'unica* ***sempre*** *corretta per l'equazione di Lagrange associata alla coordinata q_k?*

{6,-1,0}

Soluzione

◯ $\frac{d}{dt}(\frac{\partial V}{\partial \dot{q}_k}) - \frac{\partial V}{\partial q_k} = 0$ ◯ $\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}) + \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0$ ◯ $\frac{d}{dt}(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k}) + \frac{\partial T}{\partial q_k} = 0$

◯ $\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0$ ◯ $\frac{d^2}{dt^2}(\frac{\partial L}{\partial \ddot{q}_k}) + \frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_k}) - \frac{\partial L}{\partial q_k} = 0$ ◯ Nessuna delle precedenti

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. *In un piano verticale, una squadra a 'T' viene composta saldando ad angolo retto un'asta AM omogenea di massa $2m$ e lunghezza 2ℓ nel punto medio M dell'asta BC omogenea di massa m e lunghezza ℓ. La squadra è libera di ruotare attorno al punto A, vincolato a scorrere senza attrito lungo una guida orizzontale. Una molla di lunghezza a riposo nulla e costante elastica $3mg/\ell$ attira A verso un punto fisso O della guida. Nelle risposte si utilizzino le coordinate lagrangiane x, ascissa di A misurata da O, e ϑ, angolo che AM forma con la verticale (vedi Figura 2).*

QA1.1 Fornire l'espressione dell'energia potenziale totale del sistema. **{2,0,0}**

QA1.2 Fornire l'espressione dell'energia cinetica totale del sistema. **{3,0,0}**

QA1.3 Calcolare il momento della quantità di moto rispetto ad O per $x = \ell$, $\vartheta = \pi/6$, $\dot{x} = -\sqrt{3g\ell}$, $\dot{\vartheta} = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$. **{4,0,0}**

QA2. *La struttura rigida riportata in Figura 3 è composta da due aste: AMC sagomata a 'L', con bracci AM ed MC di lunghezza ℓ e massa $2m$ ciascuno, e BC di lunghezza $\ell\sqrt{2}$ e massa m, incernierata in C alla prima. La struttura è vincolata a terra da due cerniere in A e B, poste alla stessa quota a distanza 2ℓ. I punti C ed M sono posti alla stessa quota, al di sopra di AB, ed in M agisce una forza $\boldsymbol{f} = 2mg\boldsymbol{e}_x$.*

QA2.1 Calcolare il modulo dell'azione assiale in C per l'asta BC **{3,0,0}**

QA2.2 Sia $\boldsymbol{\Phi}$ la reazione vincolare in A; calcolare $\Phi_x = \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{e}_x$ **{2,0,0}** e $\Phi_y = \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{e}_y$ **{1,0,0}**

QA2.3 Determinare il modulo del momento flettente in M. **{3,0,0}**

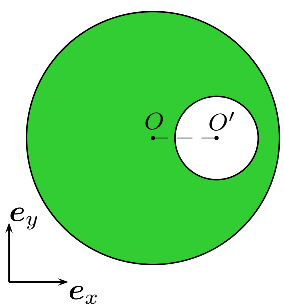

Fig. 1

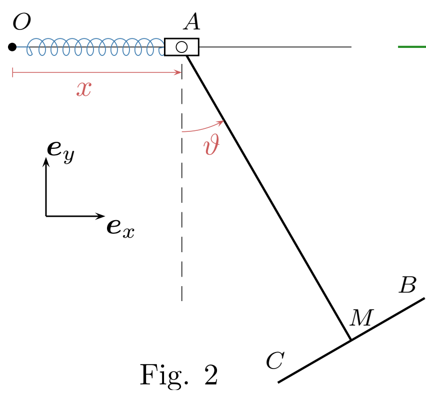

Fig. 2

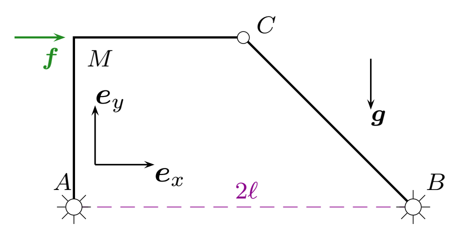

Fig. 3

QA1.1 ....

QA1.2 ....

QA1.3 ....

QA2.1 ....

QA2.2 ....

QA2.3 ....