

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte I)
15 aprile 2004

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà 2 ore. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO

QUESITI

Q1. In un piano sono collocate 5 lamine quadrate di ugual lato ℓ , disposte come in Figura 1. La lamina centrale (in grigio nella Figura) ha massa $2m$ mentre le altre quattro lamine hanno ugual massa $4m$. Calcolare la traccia del tensore centrale di inerzia del sistema materiale.

{5,-1,0}

Soluzione

- $\text{tr}\mathbb{I}_C = \frac{59}{3}m\ell^2$
 $\text{tr}\mathbb{I}_C = \frac{86}{3}m\ell^2$
 $\text{tr}\mathbb{I}_C = 20m\ell^2$
 $\text{tr}\mathbb{I}_C = 38m\ell^2$
 $\text{tr}\mathbb{I}_C = 30m\ell^2$
 $\text{tr}\mathbb{I}_C = \frac{16}{3}m\ell^2$
 $\text{tr}\mathbb{I}_C = 3m\ell^2$
 $\text{tr}\mathbb{I}_C = \frac{19}{3}m\ell^2$

Q2. In un piano, un disco omogeneo di massa $3m$ e raggio $2R$ è libero di ruotare attorno ad un punto O della sua circonferenza, a sua volta libero di traslare su una guida r (Figura 2). Usando le coordinate x e ϑ indicate in Figura, trovare il momento della quantità di moto del disco rispetto al punto O .

{5,-1,0}

Risposta

- $\mathbf{K}_O = 6mR[3R\dot{\vartheta} - \dot{x} \sin \vartheta]e_z$
 $\mathbf{K}_O = 18mR^2\dot{\vartheta}e_z$
 $\mathbf{K}_O = mR[27R\dot{\vartheta} - 6\dot{x} \sin \vartheta]e_z$
 $\mathbf{K}_O = 27mR^2\dot{\vartheta}e_z$
 $\mathbf{K}_O = 12mR[6R\dot{\vartheta} - \dot{x} \sin \vartheta]e_z$
 $\mathbf{K}_O = 72mR^2\dot{\vartheta}e_z$
 $\mathbf{K}_O = 12mR[9R\dot{\vartheta} - \dot{x} \sin \vartheta]e_z$
 $\mathbf{K}_O = 108mR^2\dot{\vartheta}e_z$

Q3. Si consideri un sistema materiale \mathcal{B} ed un punto O dello spazio euclideo. Detti \mathbf{Q} e \mathbf{K}_O la quantità di moto di \mathcal{B} ed il momento della quantità di moto di \mathcal{B} rispetto ad O , quale delle seguenti affermazioni è sempre corretta.

{5,-1,0}

Risposta

- $\mathbf{K}_O \wedge \mathbf{Q} = \mathbf{0}$
 $\mathbf{K}_O \cdot \mathbf{Q} = 0$
 $\mathbf{K}_O \cdot \mathbf{Q}$ è indipendente dal punto O .
 \mathbf{K}_O è una costante del moto.
 \mathbf{Q} è una costante del moto.
 $\mathbf{K}_O \cdot \mathbf{Q} = 1$.
 $\mathbf{Q} \wedge \mathbf{K}_O$ è una costante del moto.
 Nessuna delle precedenti.

Q4. In un piano verticale, un filo omogeneo ABC di peso specifico $6p$ e lunghezza $2\pi R$ ha il tratto CB appoggiato su un quadrante di raggio R privo di attrito e il tratto BA appoggiato su un segmento orizzontale caratterizzato da un coefficiente di attrito statico μ . L'estremo C del filo è libero, mentre l'estremo A è attratto da una molla di costante elastica $4p$ e lunghezza a riposo nulla verso un punto O posto alla stessa quota di A , a distanza $2R$ da esso. Trovare il minimo valore di μ compatibile con l'equilibrio del filo nelle condizioni descritte.

{5,-1,0}

Soluzione

- $\mu = \frac{2}{\pi}$
 $\mu = \frac{2}{3\pi}$
 $\mu = \frac{10}{9\pi}$
 $\mu = \frac{1}{3\pi}$
 $\mu = \frac{5}{6\pi}$
 $\mu = \frac{2}{15\pi}$
 $\mu = \frac{2}{9\pi}$
 $\mu = \frac{4}{3\pi}$

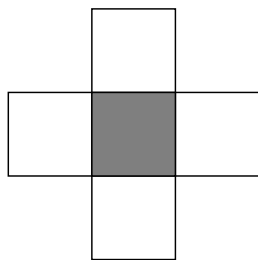


Fig. 1

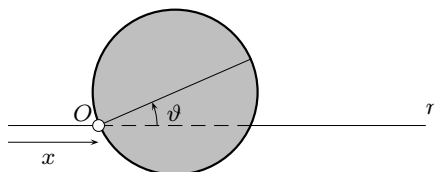


Fig. 2

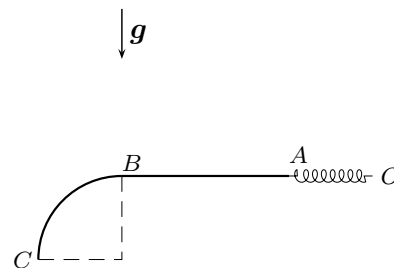


Fig. 3