UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
15 aprile 2004

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La seconda parte della ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2 *ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

QUESITI

Q1. *Sia* $\mathbf{T}$ *un tensore tale che*

$$\begin{cases} \mathbf{T}\boldsymbol{e}_x = \boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z \\ \mathbf{T}\boldsymbol{e}_y = \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_x \\ \mathbf{T}\boldsymbol{e}_z = 2\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z\,, \end{cases}$$

Calcolare $\mathbf{T}^2(\boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_z)$.

{5,-1,0}

Risposta

◯ $14\boldsymbol{e}_x + 16\boldsymbol{e}_y + 6\boldsymbol{e}_z$ ◯ $8\boldsymbol{e}_x + 7\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z$ ◯ $6\boldsymbol{e}_x + 8\boldsymbol{e}_y - 10\boldsymbol{e}_z$ ◯ $-\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z$
♣ $-6\boldsymbol{e}_x + -13\boldsymbol{e}_y - 10\boldsymbol{e}_z$ ◯ $6\boldsymbol{e}_x + 5\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z$ ◯ $-2\boldsymbol{e}_x - 4\boldsymbol{e}_y + 6\boldsymbol{e}_z$ ◯ $10\boldsymbol{e}_x + 11\boldsymbol{e}_y + 6\boldsymbol{e}_z$

Q2. *Trovare la posizione del centro* c *del cerchio osculatore alla curva*

$$p(t) - O = (e^t - 1)\boldsymbol{e}_x + 2(\cos t - 1)\,\boldsymbol{e}_y + \sin^2\sqrt{2}t\,\boldsymbol{e}_z \qquad t \in [0, \pi]$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{5,-1,0}

Risposta

○ $c-O=\frac{1}{2}(-\sqrt{2}\boldsymbol{e}_y+2\boldsymbol{e}_z)$ ○ $c-O=\frac{4}{65}(-\boldsymbol{e}_y+8\boldsymbol{e}_z)$ ○ $c-O=\frac{4}{17}(-\boldsymbol{e}_y+4\boldsymbol{e}_z)$ ○ $c-O=\frac{4}{5}(-\boldsymbol{e}_y+2\boldsymbol{e}_z)$
♣ $c-O=\frac{1}{10}(-\boldsymbol{e}_y+2\boldsymbol{e}_z)$ ○ $c-O=\frac{9}{65}(-\boldsymbol{e}_y+8\boldsymbol{e}_z)$ ○ $c-O=\frac{1}{6}(-\sqrt{2}\boldsymbol{e}_y+2\boldsymbol{e}_z)$ ○ $c-O=\frac{1}{37}(-\boldsymbol{e}_y+6\boldsymbol{e}_z)$

Q3. *La struttura rigida riportata in Figura 2 è posta in un piano verticale ed è composta da tre aste omogenee rettilinee di massa trascurabile. L'asta verticale OA di lunghezza ℓ è incernierata a terra in O; l'asta AB, di lunghezza 2ℓ, è vincolata a terra da un carrello verticale posto in B, alla stessa quota di O, ed è incernierata alla prima asta in A; infine, l'asta BC, di lunghezza ℓ, ha gli estremi incernierati in B e in un punto C fisso a terra, posto sulla verticale per B. Su BC agisce una coppia di momento $\boldsymbol{M}=-3mg\ell\boldsymbol{e}_z$; sull'asta AB agisce un carico distribuito con densità lineare $\boldsymbol{f}(P)=-2\frac{mg}{\ell^2}s\boldsymbol{e}_y$, dove s è la distanza di P da B. Determinare la reazione $\boldsymbol{\Phi}_C$ esercitata sulla struttura in C.*

{5,-1,0}

Risposta

○ $\boldsymbol{\Phi}_C=mg(-4\boldsymbol{e}_x+\frac{4}{3}\boldsymbol{e}_y)$ ○ $\boldsymbol{\Phi}_C=mg(-2\boldsymbol{e}_x+\frac{2}{3}\boldsymbol{e}_y)$
♣ $\boldsymbol{\Phi}_C=mg(-3\boldsymbol{e}_x+\frac{4}{3}\boldsymbol{e}_y)$ ○ $\boldsymbol{\Phi}_C=mg(-4\boldsymbol{e}_x+\frac{2}{3}\boldsymbol{e}_y)$
○ $\boldsymbol{\Phi}_C=mg(-4\boldsymbol{e}_x+2\boldsymbol{e}_y)$ ○ $\boldsymbol{\Phi}_C=mg(-2\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y)$
○ $\boldsymbol{\Phi}_C=mg(-3\boldsymbol{e}_x+2\boldsymbol{e}_y)$ ○ $\boldsymbol{\Phi}_C=mg(-4\boldsymbol{e}_x+\boldsymbol{e}_y)$

Q4. *In un piano verticale, un'asta OA omogenea di lunghezza 2ℓ e massa m ha l'estremo O vincolato a ruotare attorno ad un punto fisso; un anellino P di dimensioni trascurabili e massa m è libero di scorrere lungo l'asta, e viene attirato verso O da una molla di lunghezza a riposo nulla e costante elastica $2\frac{mg}{\ell}$ (vedi Figura 1). Calcolare le frequenze delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio con l'asta verticale, con A sotto O*

{5,-1,0}

Risposta

○ $\sqrt{\frac{3g}{\ell}},\frac{1}{2}\sqrt{\frac{33}{5}\frac{g}{\ell}}$ ○ $\sqrt{\frac{3g}{\ell}},\sqrt{\frac{21}{13}\frac{g}{\ell}}$ ○ $\sqrt{\frac{3g}{\ell}},\frac{1}{2}\sqrt{\frac{33}{14}\frac{g}{\ell}}$ ○ $\sqrt{\frac{3g}{\ell}},\frac{1}{2}\sqrt{\frac{15}{2}\frac{g}{\ell}}$
○ $\sqrt{\frac{2g}{\ell}},2\sqrt{\frac{2}{13}\frac{g}{\ell}}$ ♣ $\sqrt{\frac{2g}{\ell}},3\sqrt{\frac{2}{19}\frac{g}{\ell}}$ ○ $\sqrt{\frac{2g}{\ell}},3\sqrt{\frac{2}{11}\frac{g}{\ell}}$ ○ $\sqrt{\frac{2g}{\ell}},2\sqrt{\frac{3}{7}\frac{g}{\ell}}$

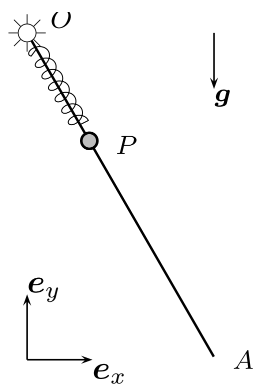

Fig. 1

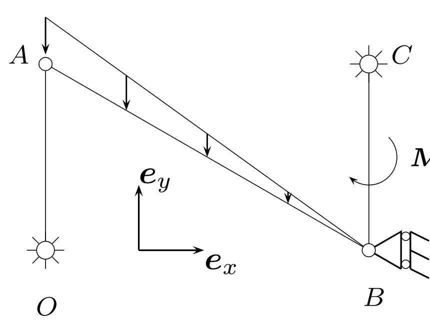

Fig. 2