Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
Esame di Meccanica Razionale
18 Luglio 2002

Il ***candidato*** scriva nelle caselle sottostanti i propri Cognome, Nome e Matricola.

COGNOME	
NOME	
MATRICOLA	

La ***prova*** consta di **4** Domande e **4** Esercizi e durerà **4** ***ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ○. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle rispote date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO	

DOMANDE

D1. *Dati i tensori* $\mathbf{A} = 3\boldsymbol{e}_x\otimes\boldsymbol{e}_z + \boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_x + 5\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_y$ e $\mathbf{B} = -\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_x\otimes\boldsymbol{e}_z + \boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_y$, *trovare l'espressione di* $\mathbf{AB} - \mathbf{BA}$.

{5,-1,0}

Risposta

○ $-7\boldsymbol{e}_x\otimes\boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_z + \boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_x - 5\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_x$ ○ $-7\boldsymbol{e}_x\otimes\boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_z + 2\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_x + 10\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_x$
○ $-7\boldsymbol{e}_x\otimes\boldsymbol{e}_y - 4\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_z + 4\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_x + 10\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_x$ ○ $-7\boldsymbol{e}_x\otimes\boldsymbol{e}_y - 4\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_z + 2\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_x + 5\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_x$
○ $-7\boldsymbol{e}_x\otimes\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_z + 2\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_x - 10\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_x$ ○ $-7\boldsymbol{e}_x\otimes\boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_z + \boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_x - 5\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_x$
○ $-7\boldsymbol{e}_x\otimes\boldsymbol{e}_y + 4\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_z - 4\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_x + 10\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_x$ ○ $-7\boldsymbol{e}_x\otimes\boldsymbol{e}_y + 4\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_z - 2\boldsymbol{e}_y\otimes\boldsymbol{e}_x + 5\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_z\otimes\boldsymbol{e}_x$

D2. *Due aste* OA *ed* OB *di lunghezza* ℓ *e massa* $3m$ *e* m, *rispettivamente, sono saldate ad angolo retto in* O *(Figura 1). Calcolare il momento di inerzia in* O *rispetto alla direzione del versore* $\boldsymbol{n} = -\frac{\sqrt{3}}{2}\boldsymbol{e}_x + \frac{1}{2}\boldsymbol{e}_y$.

{5,-1,0}

Risposta

○ $I_n = \frac{5}{12}m\ell^2$ ○ $I_n = \frac{7}{12}m\ell^2$ ○ $I_n = \frac{1}{3}m\ell^2$ ○ $I_n = \frac{5}{6}m\ell^2$
○ $I_n = \frac{1}{2}m\ell^2$ ○ $I_n = m\ell^2$ ○ $I_n = \frac{13}{12}m\ell^2$ ○ $I_n = \frac{3}{4}m\ell^2$

D3. *Trovare il raggio di curvatura della curva*

$$P - O = \mathrm{e}^t \cos 2t\boldsymbol{e}_x + 4(t\sin t - t)\boldsymbol{e}_y - 2\mathrm{e}^{-t}\boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{5,-1,0}

Risposta

○ $6\sqrt{2}$ ○ $\frac{9}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}$ ○ $11\sqrt{\frac{11}{46}}$ ○ $3\sqrt{2}$ ○ $6\sqrt{\frac{2}{7}}$ ○ $11\sqrt{\frac{1}{2}}$ ○ $9\sqrt{2}$ ○ $\frac{21}{4}\sqrt{\frac{7}{2}}$

D4. *Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x - 3\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (\alpha, 0, 1), \\ \boldsymbol{v}_2 = 4\boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2, 1, -1), \\ \boldsymbol{v}_3 = 2\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (0, 0, 2). \end{cases}$$

Trovare per quale valore di α *il trinomio invariante assume il valore 5.*

{5,-1,0}

Risposta

○ $\alpha = \frac{14}{9}$ ○ $\alpha = -\frac{1}{3}$ ○ $\alpha = -\frac{3}{2}$ ○ $\alpha = -\frac{1}{18}$
○ $\alpha = \frac{11}{3}$ ○ $\alpha = \frac{5}{2}$ ○ $\alpha = -\frac{1}{7}$ ○ $\alpha = -\frac{4}{15}$

ESERCIZI

E1. *Un disco omogeneo di massa* $3m$ *e raggio* r *è vincolato a rotolare senza strisciare su un piano inclinato di* $\frac{\pi}{6}$ *sull'orizzontale (Figura 2); il centro del disco è soggetto ad una forza elastica di costante* $4k$ *che lo attrae ad un punto* P*, posto a distanza* r *dal piano inclinato. Scrivere l'equazione di* LAGRANGE *per il sistema rispetto alla variabile* x *indicata in figura.*

{5,-1,0}

Risposta

○ $3m\ddot{x} = -2kx + mg$ ○ $9m\ddot{x} = -8kx + 3mg$ ○ $6m\ddot{x} = -3kx + 2mg$ ○ $9m\ddot{x} = -2kx + 3mg$
○ $9m\ddot{x} = -4kx + 3mg$ ○ $3m\ddot{x} = -4kx + mg$ ○ $3m\ddot{x} = -kx + mg$ ○ $3m\ddot{x} = -6kx + mg$

E2. *In un piano verticale, un filo* AB *omogeneo di peso specifico* p *e lunghezza* $2\sqrt{3}\ell$ *ha gli estremi vincolati a due guide tra loro ortogonali (Figura 3), con l'estremo* B *sollecitato da una forza* $\boldsymbol{f} = 2p\ell\boldsymbol{e}_x$. *Trovare il valore di* OB *all'equilibrio.*

{5,-1,0}

Risposta

○ $2\ell\ln(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2})$ ○ $\frac{1}{2}\ell\ln(3 + 2\sqrt{2})$ ○ $\ell\ln(3 + 2\sqrt{2})$ ○ $4\ell\ln(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2})$
○ $\ell\ln(2 + \sqrt{3})$ ○ $2\ell\ln(2 + \sqrt{3})$ ○ $\frac{1}{\sqrt{3}}\ell\ln(5 + 2\sqrt{6})$ ○ $\ell\ln(5 + 2\sqrt{6})$

E3. *Sul bordo di un disco omogeneo di raggio* R *di massa* $4m$ *è saldato un punto materiale* P *di massa* m *(Figura 4). Il disco è vincolato a rotolare senza strisciare su una guida piana orizzontale. Siano* O *il centro del disco,* H *il punto di contatto fra la guida ed il disco, e* ϑ *l'angolo che il segmento* PO *forma con l'orizzontale. Calcolare il modulo del momento della quantità di moto del sistema rispetto ad* H.

{5,-1,0}

Risposta

◯ $K_H = (8 + 2\sin\vartheta)mR^2\dot{\vartheta}$ ◯ $K_H = (11 + 2\sin\vartheta)mR^2\dot{\vartheta}$ ◯ $K_H = (\frac{7}{4} + \sin\vartheta)mR^2\dot{\vartheta}$
◯ $K_H = (5 + 2\sin\vartheta)mR^2\dot{\vartheta}$ ◯ $K_H = (\frac{15}{2} + 6\sin\vartheta)mR^2\dot{\vartheta}$ ◯ $K_H = (2 + \sin\vartheta)mR^2\dot{\vartheta}$
◯ $K_H = (5 + \frac{1}{2}\sin\vartheta)mR^2\dot{\vartheta}$ ◯ $K_H = (\frac{13}{2} + 6\sin\vartheta)mR^2\dot{\vartheta}$

E4. *Su un'asta sagomata a T agisce un carico la cui densità nel punto P di AB a distanza x da A è $\boldsymbol{f} = \frac{p}{\ell^2}x\boldsymbol{e}_y$ Se $AB = 3\ell$ e $AD = QD = \ell$, quanto vale in valore assoluto la discontinuità del momento flettente in D?*

{5,-1,0}

Risposta

◯ $\Delta M_f = \frac{8}{3}p\ell$ ◯ $\Delta M_f = \frac{9}{2}p\ell$ ◯ $\Delta M_f = \frac{9}{4}p\ell$ ◯ $\Delta M_f = \frac{4}{3}p\ell$
◯ $\Delta M_f = \frac{9}{8}p\ell$ ◯ $\Delta M_f = \frac{32}{3}p\ell$ ◯ $\Delta M_f = \frac{5}{6}p\ell$ ◯ $\Delta M_f = \frac{9}{16}p\ell$

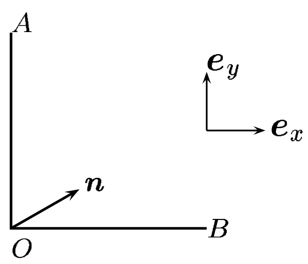

Fig. 1

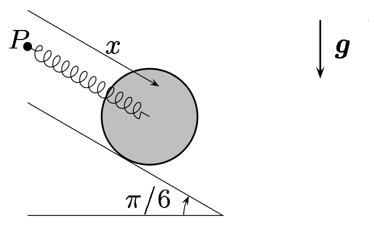

Fig.2

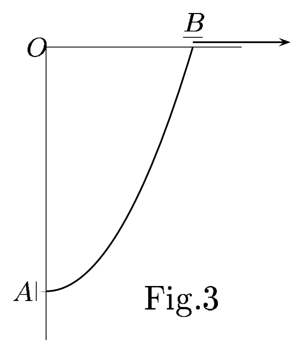

Fig.3

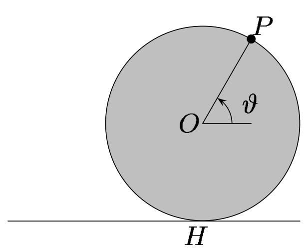

Fig.4

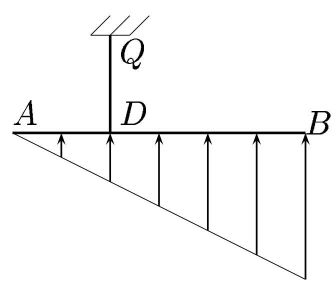

Fig. 5