Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica Razionale - *19 luglio 2007*

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. *Trovare la curvatura κ della curva*

$$p(t) - O = t^2 e^t \boldsymbol{e}_x + \sqrt{3}(1-t^2)\boldsymbol{e}_y + \sin t \boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

◯ $\kappa = \sqrt{3}$ ◯ $\kappa = \sqrt{5}$ ◯ $\kappa = \sqrt{6}$ ◯ $\kappa = 2\sqrt{2}$ ♣ $\kappa = 4$ ◯ $\kappa = 2\sqrt{7}$

QC2. *Ad una lamina quadrata omogenea $ABC'F$ di massa m e lato 5ℓ viene asportata una porzione anch'essa quadrata $CDEC'$ di lato ℓ in modo da formare una lamina ad L con bracci uguali. Calcolare il momento di inerzia I_n della lamina così ottenuta rispetto all'asse di simmetria AD.*

{6,-1,0}

Risposta

◯ $\frac{5}{4}m\ell^2$ ◯ $\frac{5}{16}m\ell^2$ ♣ $\frac{52}{25}m\ell^2$ ◯ $\frac{272}{75}m\ell^2$ ◯ $\frac{85}{32}m\ell^2$ ◯ $\frac{40}{27}m\ell^2$

QC3. *Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (0,1,2), \\ \boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{e}_x + \beta\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1,0,1), \\ \boldsymbol{v}_3 = \boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1,-1,0). \end{cases}$$

Calcolare per quale valore di β il trinomio invariante assume il valore -1

{6,-1,0}

Risposta

◯ $\beta = -\frac{3}{4}$ ◯ $\beta = \frac{3}{2}$ ◯ $\beta = \frac{5}{4}$ ◯ $\beta = -4$ ♣ $\beta = -14$ ◯ $\beta = -25$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. *In un piano verticale, una lamina omogenea quadrata di massa $2m$ e lato 2ℓ è libero di ruotare attorno al punto medio O di AB. Un punto materiale P di massa m è libero di scorrere lungo il lato CD opposto ad O. Una molla ideale di lunghezza a riposo nulla e costante elastica $2mg/\ell$ attrae P verso il punto medio M di CD. Nelle risposte si utilizzino le coordinate lagrangiane ϑ ed s indicate in Figura 2.*

QA1.1 Fornire l'espressione dell'energia potenziale totale del sistema **{2,0,0}**.

QA1.2 Fornire l'espressione dell'energia cinetica totale del sistema **{3,0,0}**.

QA1.3 Calcolare le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della configurazione con $s = 0$, $\vartheta = 0$. **{4,0,0}**

QA2. *La struttura rigida riportata in Figura 3 è composta da due aste: AC avente la forma di un quarto di circonferenza di raggio ℓ e massa trascurabile, e BC di lunghezza $\ell\sqrt{2}$ e massa $4m$, incernierata in C alla prima. La struttura è vincolata a terra da un pattino orizzontale in A ed una cerniera in B, posti alla stessa quota a distanza 2ℓ. Il centro della circonferenza cui appartiene AC si trova alla stessa quota di C, sopra AB. In C agisce una forza $\boldsymbol{f} = -mg\boldsymbol{e}_x$.*

QA2.1 Sia $\boldsymbol{\Phi}$ la reazione vincolare in B; calcolare $\Phi_x = \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{e}_x$ **{2,0,0}** e $\Phi_y = \boldsymbol{\Phi} \cdot \boldsymbol{e}_y$ **{1,0,0}**

QA2.2 Calcolare il momento $\boldsymbol{M}_A$ esplicato dal pattino in A**{2,0,0}**.

QA2.3 Determinare il modulo del momento flettente in M punto medio di AC. **{3,0,0}**

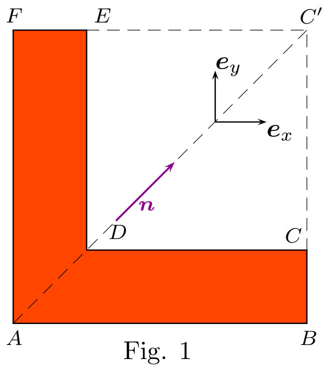

Fig. 1

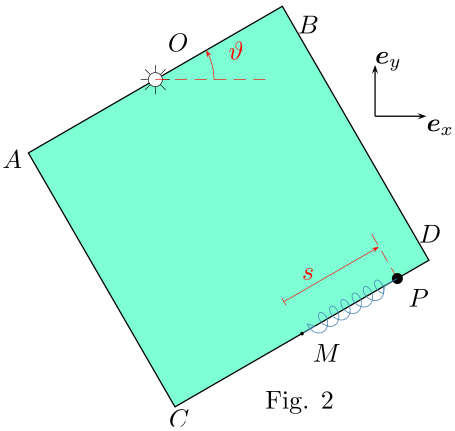

Fig. 2

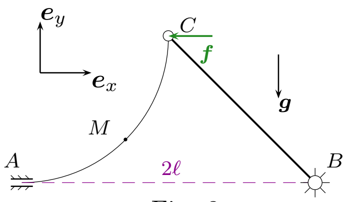

Fig. 3

QA1.1 $V = -4mgl\cos\vartheta + mgs\sin\vartheta + \frac{mg}{\ell}s^2$

QA1.2 $T = \frac{11}{3}m\ell^2\dot\vartheta^2 + \frac{1}{2}ms^2\dot\vartheta^2 + \frac{1}{2}m\dot s^2 + 2m\ell\dot s\dot\vartheta$

QA1.3 $\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{1}{10}(22 \pm \sqrt{274})\frac{g}{\ell}}$

QA2.1 $\boldsymbol{\Phi}_B = (\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y)mg$

QA2.2 $\boldsymbol{M}_A = 3mg\ell\boldsymbol{e}_z$

QA2.3 $M_f = \frac{3}{2}(2-\sqrt{2})mg\ell$