Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
Esame di Meccanica Razionale (Parte I)
20 settembre 2005

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2** ***ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO			

QUESITI

Q1. *Trovare la curvatura κ della curva*

$$p(t) - o = 2t\cos t\boldsymbol{e}_x + \sqrt{2}t\sin t\boldsymbol{e}_y + \sqrt{2}t^2\cos t\boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{5,-1,0}

Soluzione
◯ $\kappa = 1$ ◯ $\kappa = 2$ ◯ $\kappa = \frac{2}{3}$ ◯ $\kappa = \frac{4}{3}$ ◯ $\kappa = 3$ ◯ $\kappa = 4$ ◯ $\kappa = \frac{1}{3}$ ◯ $\kappa = 5$

Q2. *La losanga $\mathcal{L}$ in Figura 2 è ottenuta asportando da una lamina quadrata omogenea di massa $4m$ e lato 4ℓ quattro quadranti di raggio 2ℓ centrati nei vertici del quadrato. Calcolare il momento centrale di inerzia I_z di $\mathcal{L}$ lungo $\boldsymbol{e}_z$.*

{5,-1,0}

Soluzione
◯ $I_z = 4m\ell^2[1 - \frac{3\pi}{16}]$ ◯ $I_z = \frac{m\ell^2}{2}[1 - \frac{3\pi}{16}]$ ◯ $I_z = 32m\ell^2[1 - \frac{3\pi}{16}]$ ◯ $I_z = 24m\ell^2[1 - \frac{3\pi}{16}]$
◯ $I_z = 4m\ell^2[1 - \frac{5\pi}{16}]$ ◯ $I_z = \frac{m\ell^2}{2}[1 - \frac{5\pi}{16}]$ ◯ $I_z = 32m\ell^2[1 - \frac{5\pi}{16}]$ ◯ $I_z = 24m\ell^2[1 - \frac{5\pi}{16}]$

Q3. *In un piano, un'asta omogenea AB di massa $2m$ e lunghezza ℓ è libera di ruotare attorno ad un suo punto fisso O distante $\ell/4$ da A. Incernierato nel punto C di AB, distante $\ell/4$ da B, è il centro di una seconda asta omogenea DE, di massa e lunghezza pari a quelle di AB. Detti ϑ e φ gli angoli di rotazione delle due aste (Figura 1), trovare il momento della quantità di moto rispetto ad O quando $\dot{\varphi} = -\omega$ e $\dot{\vartheta} = 2\omega$.*

{5,-1,0}

Soluzione

○ $\boldsymbol{K}_O = \frac{13}{9} m\ell^2\omega \boldsymbol{e}_z$ ○ $\boldsymbol{K}_O = \frac{17}{16} m\ell^2\omega \boldsymbol{e}_z$ ○ $\boldsymbol{K}_O = \frac{13}{12} m\ell^2\omega \boldsymbol{e}_z$ ○ $\boldsymbol{K}_O = \frac{17}{8} m\ell^2\omega \boldsymbol{e}_z$
○ $\boldsymbol{K}_O = \frac{13}{18} m\ell^2\omega \boldsymbol{e}_z$ ○ $\boldsymbol{K}_O = \frac{17}{12} m\ell^2\omega \boldsymbol{e}_z$ ○ $\boldsymbol{K}_O = \frac{43}{12} m\ell^2\omega \boldsymbol{e}_z$ ○ $\boldsymbol{K}_O = \frac{43}{9} m\ell^2\omega \boldsymbol{e}_z$

Q4. *In un piano verticale, un filo omogeneo AD di lunghezza $17\pi R/6$ e peso per unità di lunghezza costante $2p/R$ è disposto come in Figura 3. Esso ha un tratto AB verticale, un tratto BC appoggiato senza attrito su un disco di raggio R ed il tratto CD, tenuto in equilibrio da un'opportuna forza $\boldsymbol{f} = \beta p \boldsymbol{e}_x$. L'arco BC sottende un angolo di $5\pi/6$. Trovare il valore di β che garantisce l'equilibrio nelle condizioni indicate.*

{5,-1,0}

Soluzione

○ $\beta = \frac{15\pi+3}{3(2+\sqrt{3})}$ ○ $\beta = \frac{25\pi+3}{2(2+\sqrt{3})}$ ○ $\beta = \frac{4\pi+1}{2+\sqrt{3}}$ ○ $\beta = \frac{11\pi+3}{2(2+\sqrt{3})}$
○ $\beta = \frac{15\pi+3}{2(2+\sqrt{3})}$ ○ $\beta = \frac{2(25\pi+3)}{3(2+\sqrt{3})}$ ○ $\beta = \frac{3(4\pi+1)}{2(2+\sqrt{3})}$ ○ $\beta = \frac{2(11\pi+3)}{3(2+\sqrt{3})}$

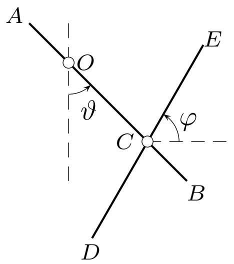

Fig. 1

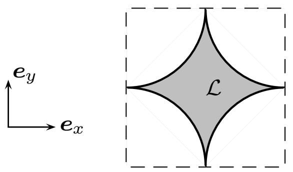

Fig. 2

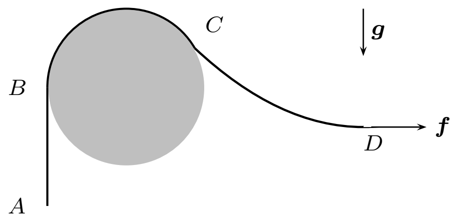

Fig. 3