

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
20 settembre 2005

Il **candidato** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La seconda parte della **prova** consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore**. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

ESITO | |

QUESITI

Q1. Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (\alpha, 0, 0), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 0, 1), \\ \mathbf{v}_3 = 4\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (0, -1, 0). \end{cases}$$

Per quale valore di α il trinomio invariante \mathcal{I} si annulla?

{5,-1,0}

Risposta

$\alpha = -\frac{14}{3}$ $\alpha = -\frac{2}{3}$ $\alpha = -2$ $\alpha = -3$ $\alpha = \frac{14}{3}$ $\alpha = \frac{2}{3}$ $\alpha = 2$ $\alpha = 3$

Q2. La struttura rigida riportata in Figura 2 è posta in un piano verticale ed è composta da tre aste omogenee rettilinee. L'asta AC di lunghezza $2\sqrt{2}\ell$ e massa $2m$ è incernierata a terra in A ; l'asta BC , di lunghezza 2ℓ e massa $2m$, è vincolata a terra da un carrello con retta d'azione verticale posto in B , sulla verticale passante per A , al di sopra di questo, ed è incernierata alla prima asta in C ; infine, l'asta OM , di lunghezza $\sqrt{2}\ell$ e massa trascurabile, ha gli estremi incernierati nel punto medio M di AC e in un punto O fisso a terra, posto sulla stessa quota di A . Su OM agisce una coppia \mathbf{C} di momento $\mathbf{M} = 3mg\ell\mathbf{e}_z$. Determinare il modulo della reazione Φ_A esercitata sulla struttura in A .

{5,-1,0}

Risposta

- $\frac{mg}{2}\sqrt{5}$
 $\frac{mg}{2}\sqrt{13}$
 $\frac{mg}{2}\sqrt{10}$
 $\frac{mg}{2}\sqrt{41}$
 $\frac{mg}{2}\sqrt{2}$
 $5\frac{mg}{2}$
 $mg\sqrt{5}$
 $\frac{mg}{2}\sqrt{34}$

Q3. Un corpo rigido di massa totale m compie un atto di moto in cui \mathbf{v}_C è la velocità del centro di massa C del sistema, \mathbf{v}_O è velocità di un altro punto O ed $\boldsymbol{\omega}$ la velocità angolare; siano, inoltre, \mathbb{I}_C e \mathbb{I}_O i tensori d'inerzia calcolati nei punti C ed O , rispettivamente. Quale fra le seguenti espressioni per l'energia cinetica T è sempre vera?

{5,-1,0}

Risposta

- $T = \frac{1}{2}mv_C^2 + \boldsymbol{\omega} \cdot (C - O) \wedge m\mathbf{v}_O$
 $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}mv_C^2 + \boldsymbol{\omega} \cdot (C - O) \wedge m\mathbf{v}_O$
 $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbb{I}_C\boldsymbol{\omega}$
 $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \cdot (C - O) \wedge m\mathbf{v}_O$
 $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega}$
 $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega}$
 $T = \frac{1}{2}m\mathbf{v}_O \cdot \mathbf{v}_C + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot (\mathbb{I}_O - \mathbb{I}_C)\boldsymbol{\omega}$
 Nessuna delle precedenti

Q4. In un piano verticale, un'asta AB di massa m e lunghezza ℓ ha gli estremi A e B vincolati a scorrere senza attrito lungo una guida verticale ed una orizzontale, rispettivamente; un punto materiale P di massa m può scorrere liberamente lungo l'asta, ed è attratto verso A da una molla di costante elastica $3\frac{mg}{\ell}$ e lunghezza a riposo nulla. Una seconda molla di costante elastica $\beta\frac{mg}{\ell}$ e lunghezza a riposo nulla attrae il punto B verso l'intersezione O delle guide (Figura 1). Calcolare per quale valore di β coincidono le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio con l'asta AB verticale con B sotto A .

{5,-1,0}

Risposta

- $\beta = \frac{5}{3}$
 $\beta = \frac{5}{2}$
 $\beta = \frac{10}{3}$
 $\beta = \frac{13}{6}$
 $\beta = \frac{19}{6}$
 $\beta = \frac{17}{6}$
 $\beta = \frac{7}{2}$
 $\beta = 3$

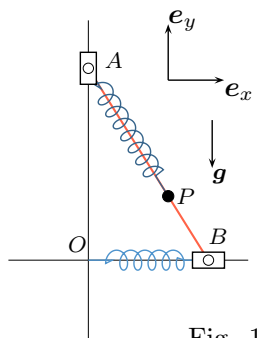


Fig. 1

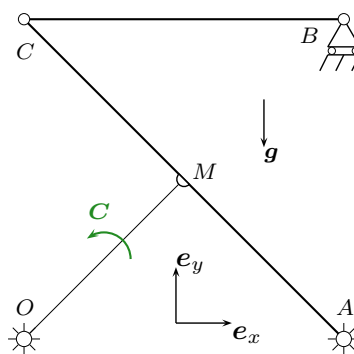


Fig. 2