

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
**Esame di Meccanica Razionale (Parte II)**  
20 settembre 2005

Il **candidato** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La seconda parte della **prova** consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore**. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

**{E,NE,A}**

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

---

---

**ESITO** | |

---

---



---

---

**QUESITI**

---

---

**Q1.** Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (\alpha, 0, 0), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 0, 1), \\ \mathbf{v}_3 = 4\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (0, -1, 0). \end{cases}$$

Per quale valore di  $\alpha$  il trinomio invariante  $\mathcal{I}$  si annulla?

**{5,-1,0}**

**Risposta**

$\alpha = -\frac{14}{3}$      $\alpha = -\frac{2}{3}$      $\alpha = -2$      $\alpha = -3$      $\alpha = \frac{14}{3}$      $\alpha = \frac{2}{3}$      $\alpha = 2$      $\alpha = 3$

---

---

**Q2.** La struttura rigida riportata in Figura 2 è posta in un piano verticale ed è composta da tre aste omogenee rettilinee. L'asta  $AC$  di lunghezza  $2\sqrt{2}\ell$  e massa  $2m$  è incernierata a terra in  $A$ ; l'asta  $BC$ , di lunghezza  $2\ell$  e massa  $2m$ , è vincolata a terra da un carrello con retta d'azione verticale posto in  $B$ , sulla verticale passante per  $A$ , al di sopra di questo, ed è incernierata alla prima asta in  $C$ ; infine, l'asta  $OM$ , di lunghezza  $\sqrt{2}\ell$  e massa trascurabile, ha gli estremi incernierati nel punto medio  $M$  di  $AC$  e in un punto  $O$  fisso a terra, posto sulla stessa quota di  $A$ . Su  $OM$  agisce una coppia  $\mathbf{C}$  di momento  $\mathbf{M} = 3mg\ell\mathbf{e}_z$ . Determinare il modulo della reazione  $\Phi_A$  esercitata sulla struttura in  $A$ .

{5,-1,0}

**Risposta**

- $\frac{mg}{2}\sqrt{5}$    
  $\frac{mg}{2}\sqrt{13}$    
  $\frac{mg}{2}\sqrt{10}$    
  $\frac{mg}{2}\sqrt{41}$    
  $\frac{mg}{2}\sqrt{2}$    
  $5\frac{mg}{2}$    
  $mg\sqrt{5}$    
  $\frac{mg}{2}\sqrt{34}$

**Q3.** Un corpo rigido di massa totale  $m$  compie un atto di moto in cui  $\mathbf{v}_C$  è la velocità del centro di massa  $C$  del sistema,  $\mathbf{v}_O$  è velocità di un altro punto  $O$  ed  $\boldsymbol{\omega}$  la velocità angolare; siano, inoltre,  $\mathbb{I}_C$  e  $\mathbb{I}_O$  i tensori d'inerzia calcolati nei punti  $C$  ed  $O$ , rispettivamente. Quale fra le seguenti espressioni per l'energia cinetica  $T$  è sempre vera?

{5,-1,0}

**Risposta**

- $T = \frac{1}{2}mv_C^2 + \boldsymbol{\omega} \cdot (C - O) \wedge m\mathbf{v}_O$   
  $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}mv_C^2 + \boldsymbol{\omega} \cdot (C - O) \wedge m\mathbf{v}_O$   
  $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbb{I}_C\boldsymbol{\omega}$   
  $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \cdot (C - O) \wedge m\mathbf{v}_O$   
  $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega}$   
  $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega}$   
  $T = \frac{1}{2}m\mathbf{v}_O \cdot \mathbf{v}_C + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot (\mathbb{I}_O - \mathbb{I}_C)\boldsymbol{\omega}$   
 Nessuna delle precedenti

**Q4.** In un piano verticale, un'asta  $AB$  di massa  $m$  e lunghezza  $\ell$  ha gli estremi  $A$  e  $B$  vincolati a scorrere senza attrito lungo una guida verticale ed una orizzontale, rispettivamente; un punto materiale  $P$  di massa  $m$  può scorrere liberamente lungo l'asta, ed è attratto verso  $A$  da una molla di costante elastica  $3\frac{mg}{\ell}$  e lunghezza a riposo nulla. Una seconda molla di costante elastica  $\beta\frac{mg}{\ell}$  e lunghezza a riposo nulla attrae il punto  $B$  verso l'intersezione  $O$  delle guide (Figura 1). Calcolare per quale valore di  $\beta$  coincidono le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio con l'asta  $AB$  verticale con  $B$  sotto  $A$ .

{5,-1,0}

**Risposta**

- $\beta = \frac{5}{3}$    
  $\beta = \frac{5}{2}$    
  $\beta = \frac{10}{3}$    
  $\beta = \frac{13}{6}$    
  $\beta = \frac{19}{6}$    
  $\beta = \frac{17}{6}$    
  $\beta = \frac{7}{2}$    
  $\beta = 3$

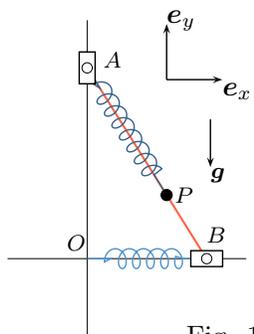


Fig. 1

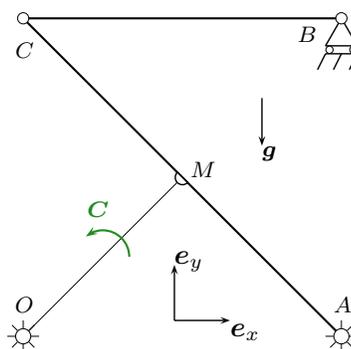


Fig. 2