Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
20 settembre 2005

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La seconda parte della ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2** ***ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ○. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

QUESITI

Q1. *Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_1 - O \equiv (\alpha, 0, 0), \\ \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_2 - O \equiv (1, 0, 1), \\ \boldsymbol{v}_3 = 4\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_z & \textit{applicato in } P_3 - O \equiv (0, -1, 0). \end{cases}$$

Per quale valore di α il trinomio invariante $\mathcal{I}$ si annulla?

{5,-1,0}

Risposta
○ $\alpha = -\frac{14}{3}$ ♣ $\alpha = -\frac{2}{3}$ ○ $\alpha = -2$ ○ $\alpha = -3$ ○ $\alpha = \frac{14}{3}$ ○ $\alpha = \frac{2}{3}$ ○ $\alpha = 2$ ○ $\alpha = 3$

Q2. *La struttura rigida riportata in Figura 2 è posta in un piano verticale ed è composta da tre aste omogenee rettilinee. L'asta AC di lunghezza $2\sqrt{2}\ell$ e massa $2m$ è incernierata a terra in A; l'asta BC, di lunghezza 2ℓ e massa $2m$, è vincolata a terra da un carrello con retta d'azione verticale posto in B, sulla verticale passante per A, al di sopra di questo, ed è incernierata alla prima asta in C; infine, l'asta OM, di lunghezza $\sqrt{2}\ell$ e massa trascurabile, ha gli estremi incernierati nel punto medio M di AC e in un punto O fisso a terra, posto sulla stessa quota di A. Su OM agisce una coppia $\boldsymbol{C}$ di momento $\boldsymbol{M} = 3mg\ell\boldsymbol{e}_z$. Determinare il modulo della reazione $\boldsymbol{\Phi}_A$ esercitata sulla struttura in A.*

{5,-1,0}

Risposta

◯ $\frac{mg}{2}\sqrt{5}$ ◯ $\frac{mg}{2}\sqrt{13}$ ◯ $\frac{mg}{2}\sqrt{10}$ ◯ $\frac{mg}{2}\sqrt{41}$ ♣ $\frac{mg}{2}\sqrt{2}$ ◯ $5\frac{mg}{2}$ ◯ $mg\sqrt{5}$ ◯ $\frac{mg}{2}\sqrt{34}$

Q3. *Un corpo rigido di massa totale m compie un atto di moto in cui $\boldsymbol{v}_C$ è la velocità del centro di massa C del sistema, $\boldsymbol{v}_O$ è velocità di un altro punto O ed $\boldsymbol{\omega}$ la velocità angolare; siano, inoltre, $\mathbb{I}_C$ e $\mathbb{I}_O$ i tensori d'inerzia calcolati nei punti C ed O, rispettivamente. Quale fra le seguenti espressioni per l'energia cinetica T è sempre vera?*

{5,-1,0}

Risposta

◯ $T = \frac{1}{2}mv_C^2 + \boldsymbol{\omega} \cdot (C - O) \wedge m\boldsymbol{v}_O$
◯ $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}mv_C^2 + \boldsymbol{\omega} \cdot (C - O) \wedge m\boldsymbol{v}_O$
◯ $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbb{I}_C\boldsymbol{\omega}$
♣ $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\omega} \cdot (C - O) \wedge m\boldsymbol{v}_O$
◯ $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega}$
◯ $T = \frac{1}{2}mv_O^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega}$
◯ $T = \frac{1}{2}m\boldsymbol{v}_O \cdot \boldsymbol{v}_C + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot (\mathbb{I}_O - \mathbb{I}_C)\boldsymbol{\omega}$
◯ Nessuna delle precedenti

Q4. *In un piano verticale, un'asta AB di massa m e lunghezza ℓ ha gli estremi A e B vincolati a scorrere senza attrito lungo una guida verticale ed una orizzontale, rispettivamente; un punto materiale P di massa m può scorrere liberamente lungo l'asta, ed è attratto verso A da una molla di costante elastica $3\frac{mg}{\ell}$ e lunghezza a riposo nulla. Una seconda molla di costante elastica $\beta\frac{mg}{\ell}$ e lunghezza a riposo nulla attrae il punto B verso l'intersezione O delle guide (Figura 1). Calcolare per quale valore di β coincidono le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio con l'asta AB verticale con B sotto A.*

{5,-1,0}

Risposta

◯ $\beta = \frac{5}{3}$ ♣ $\beta = \frac{5}{2}$ ◯ $\beta = \frac{10}{3}$ ◯ $\beta = \frac{13}{6}$ ◯ $\beta = \frac{19}{6}$ ◯ $\beta = \frac{17}{6}$ ◯ $\beta = \frac{7}{2}$ ◯ $\beta = 3$

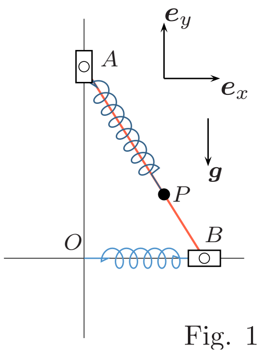

Fig. 1

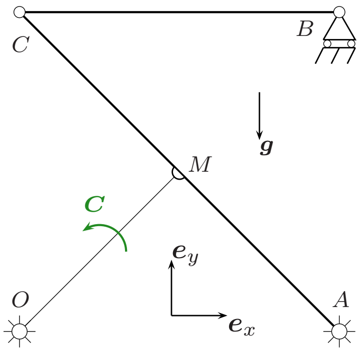

Fig. 2