Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica Razionale - *20 settembre 2007*

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO			

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. *Trovare la curvatura* κ *della curva*

$$p(t) - O = (t^2 + 1)\boldsymbol{e}_x + \sqrt{3}\sin t\,\boldsymbol{e}_y + \ln(1+t)\boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

◯ $\kappa = \frac{\sqrt{5}}{4}$ ◯ $\kappa = \frac{\sqrt{34}}{4}$ ◯ $\kappa = \frac{3}{4}\sqrt{2}$ ◯ $\kappa = \frac{3}{4}$ ♣ $\kappa = \frac{\sqrt{19}}{8}$ ◯ $\kappa = \frac{\sqrt{35}}{8}$

QC2. *Due dischi omogenei di raggio* R *ciascuno e massa rispettivamente* m *e* $3m$ *vengono tagliati a metà lungo un diametro; i quattro semidischi così ottenuti vengono saldati "a quadrifoglio", in modo che i quattro diametri siano disposti lungo quattro semirette a due a due ortogonali, con l'origine coincidente con un estremo di ciascun diametro, alternando nel corpo un semidisco proveniente dal primo disco ed uno dal secondo (Figura 1). Calcolare il momento centrale di inerzia* I_z *della lamina così ottenuta rispetto alla direzione* $\boldsymbol{e}_z = \boldsymbol{e}_x \wedge \boldsymbol{e}_y$.

{6,-1,0}

Risposta

◯ $I_z = 3mR^2$ ♣ $I_z = 6mR^2$ ◯ $I_z = 9mR^2$ ◯ $I_z = 12mR^2$ ◯ $I_z = \frac{9}{2}mR^2$ ◯ $I_z = \frac{15}{2}mR^2$

QC3. *Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (2,1,1), \\ \boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{e}_x + \beta\boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1,0,1), \\ \boldsymbol{v}_3 = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1,-1,1). \end{cases}$$

Calcolare per quale valore di β *il trinomio invariante assume il valore* 1

{6,-1,0}

Risposta

◯ $\beta = -3$ ◯ $\beta = -5$ ◯ $\beta = -6$ ◯ $\beta = 16$ ♣ $\beta = 11$ ◯ $\beta = 9$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. *In un piano verticale, un'asta omogenea di massa m e lunghezza 2ℓ è libera di ruotare attorno ad un estremo O. Un anellino P di massa $4m$ e dimensioni trascurabili può scorrere senza attrito lungo l'asta, ed è attratto verso O da una molla ideale di costante elastica $3\frac{mg}{\ell}$. Una seconda molla ideale, di costante elastica $\frac{mg}{\ell}$ attira il secondo estremo A dell'asta verso il punto B sulla verticale per A posto lungo una guida fissa orizzontale alla stessa quota di O. Nelle risposte si utilizzino le coordinate lagrangiane s, ascissa di P misurata lungo OA con origine in O, e ϑ, angolo che l'asta forma con l'orizzontale, contato positivo in senso* orario *(Figura 2).*

QA1.1 Fornire l'espressione dell'energia potenziale totale del sistema **{2,0,0}**.

QA1.2 Fornire l'espressione dell'energia cinetica totale del sistema **{3,0,0}**.

QA1.3 Trovare le ω delle piccole oscillazioni nell'intorno della configurazione d'equilibrio con $\vartheta = \frac{\pi}{2}$. **{4,0,0}**

QA2. *La struttura rigida riportata in Figura 3 è composta da due aste rettilinee: AB orizzontale, di lunghezza 3ℓ e massa m, incernierata a terra in A, ed OP di lunghezza $\sqrt{2}\ell$ e massa trascurabile, vincolata con un manicotto orizzontale all'asta AB nel punto P distante ℓ da B ed incernierata a terra nel punto O posto sotto AB a distanza ℓ da questa. In B agisce una forza $\boldsymbol{f} = 3mg\boldsymbol{e}_y$.*

QA2.1 Sia $\boldsymbol{\Phi}_O$ la reazione vincolare in O; calcolare $\Phi_{Oy} = \boldsymbol{\Phi}_O \cdot \boldsymbol{e}_y$ **{3,0,0}**

QA2.2 Sia $\boldsymbol{\Phi}_A$ la reazione vincolare in A; calcolare $\Phi_{Ax} = \boldsymbol{\Phi}_A \cdot \boldsymbol{e}_x$ **{1,0,0}** $\Phi_{Ay} = \boldsymbol{\Phi}_A \cdot \boldsymbol{e}_y$ **{2,0,0}**

QA2.3 Determinare il modulo del momento flettente in Q su AB, con $AQ = \ell$. **{3,0,0}**

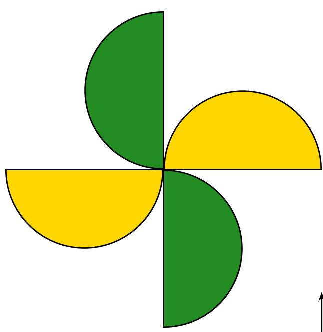

Fig. 1

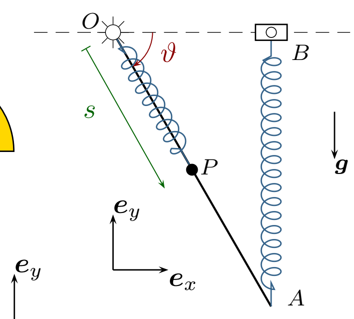

Fig. 2

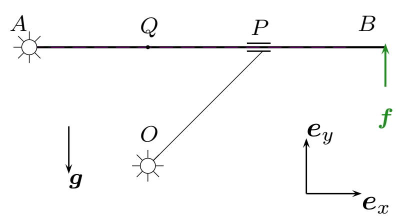

Fig. 3

QA1.1 $V = 2mg\ell\sin^2\vartheta - (\ell + 4s)mg\sin\vartheta + \frac{3}{2}\frac{mg}{\ell}s^2$

QA1.2 $T = \frac{2}{3}m\ell^2\dot{\vartheta}^2 + 2m(s^2\dot{\vartheta}^2 + \dot{s}^2)$

QA1.3 $\omega_{1,2} = \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\frac{g}{\ell}};\ \frac{\sqrt{399}}{38}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$

QA2.1 $\Phi_{Oy} = -\frac{15}{2}mg$

QA2.2 $\Phi_{Ax} = 0 \quad \Phi_{Ay} = \frac{11}{2}mg$

QA2.3 $M_f = \frac{16}{3}mg\ell$