Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica Razionale *- 21 febbraio 2008*

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. *Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,0,1), \\ \boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1,-1,1), \\ \boldsymbol{v}_3 = -\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1,1,-1). \end{cases}$$

Calcolare $\mathcal{I}$, trinomio invariante del sistema

{6,-1,0}

Risposta

◯ $\mathcal{I} = 14$ ◯ $\mathcal{I} = 16$ ♣ $\mathcal{I} = 11$ ◯ $\mathcal{I} = 17$ ◯ $\mathcal{I} = 18$ ◯ $\mathcal{I} = 22$

QC2. *In una lamina omogenea rettangolare di massa m, base 4ℓ ed altezza 3ℓ viene praticato un foro quadrato di lato ℓ, avente tre lati a distanza ℓ ciascuno da tre lati consecutivi della lamina originale (Figura 1). Calcolare il momento di inerzia I_z della lamina così ottenuta rispetto ad un asse passante per il centro O del rettangolo e perpendicolare al piano della lamina.*

{6,-1,0}

Risposta

◯ $\frac{295}{48}m\ell^2$ ◯ $\frac{295}{72}m\ell^2$ ♣ $\frac{295}{144}m\ell^2$ ◯ $\frac{781}{72}m\ell^2$ ◯ $\frac{781}{108}m\ell^2$ ◯ $\frac{781}{216}m\ell^2$

QC3. *Trovare la curvatura κ della curva*

$$p(t) - O = \cos(t)\boldsymbol{e}_x + \sqrt{3}\,\mathrm{e}^t\boldsymbol{e}_y + t(1+t)\boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

◯ $\kappa = \frac{\sqrt{11}}{8}$ ♣ $\kappa = \frac{\sqrt{7}}{8}$ ◯ $\kappa = \frac{\sqrt{6}}{4}$ ◯ $\kappa = \frac{\sqrt{3}}{4}$ ◯ $\kappa = \frac{\sqrt{10}}{4}$ ◯ $\kappa = \frac{\sqrt{2}}{4}$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. *In un piano verticale, un disco omogeneo di massa $2m$ e raggio $2R$ è libero di ruotare attorno al suo centro C. Un anellino P di massa $3m$ e dimensioni trascurabili può scorrere senza attrito lungo una scanalatura diametrale AB sul disco, ed è attratto verso C da una molla ideale di costante elastica $\frac{mg}{R}$. Altre due molle ideali, di costante elastica $\frac{mg}{R}$ attirano gli estremi A e B della scanalatura rispettivamente verso i punti O ed O' fissi, posti su una guida orizzontale passante per C, con $\overline{OC} = \overline{O'C} = 3R$. Nelle risposte si utilizzino le coordinate lagrangiane s, ascissa di P misurata lungo CA con origine in C, e ϑ, angolo che $(B - C)$ forma con l'orizzontale, contato positivo in senso* antiorario *(vedi Figura 2).*

QA1.1 Fornire l'espressione dell'energia potenziale totale del sistema **{3,0,0}**.

QA1.2 Fornire l'espressione dell'energia cinetica totale del sistema **{3,0,0}**.

QA1.3 Trovare le pulsazioni ω delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione d'equilibrio con $\vartheta = 0$. **{3,0,0}**

QA2. *La struttura rigida riportata in Figura 3 è composta da tre aste rettilinee: OB verticale, di lunghezza ℓ e massa m, incernierata a terra in O; AB di lunghezza 2ℓ e massa $2m$, incernierata alla prima in B e vincolata a terra da un carrello in A con retta di scorrimento orizzontale, posto alla stessa quota di O; OC di lunghezza ℓ e massa $4m$, incernierata a terra in O e vincolata con un manicotto scorrevole lungo l'asta AB nel suo punto medio C.*

QA2.1 Sia $\boldsymbol{\Phi}_A$ la reazione vincolare in A; calcolare $\Phi_{Ay} = \boldsymbol{\Phi}_A \cdot \boldsymbol{e}_y$. **{3,0,0}**

QA2.2 Calcolare il modulo del momento scambiato fra le aste AB e OC per effetto del vincolo in C. **{3,0,0}**

QA2.3 Determinare il modulo dello sforzo assiale in M, punto medio di OB. **{3,0,0}**

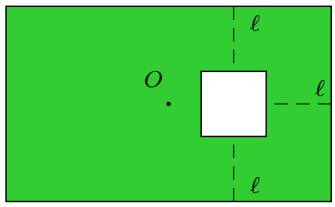

Fig. 1

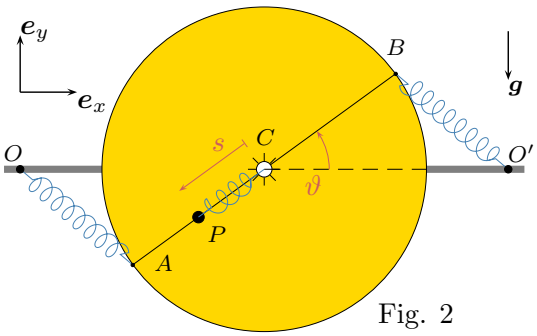

Fig. 2

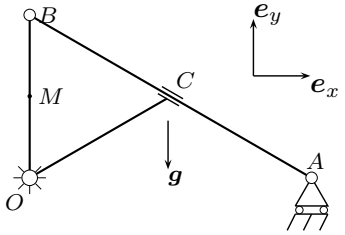

Fig. 3

QA1.1 $V = -12mgR\cos\vartheta - 3mgs\sin\vartheta + \frac{1}{2}\frac{mg}{R}s^2$

QA1.2 $T = 2mR^2\dot{\vartheta}^2 + \frac{3}{2}m(s^2\dot{\vartheta}^2 + \dot{s}^2)$

QA1.3 $\omega_{12} = \frac{\sqrt{3}}{6}\sqrt{20 \pm \sqrt{364}}\sqrt{\frac{g}{R}}$

QA2.1 $\Phi_{Ay} = 2mg$

QA2.2 $\sqrt{3}mg\ell$

QA2.3 $\frac{1}{2}mg$