Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
21 luglio 2005

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La seconda parte della ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2 *ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO

QUESITI

Q1. *Dato il tensore*

$$\mathbf{A} = 2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z + \boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z - \boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x$$

ed i vettori $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z$ *e* $\boldsymbol{u} = 2\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + \gamma\boldsymbol{e}_z$, *per quale valore di* γ $\mathbf{A}\,\boldsymbol{v}$ *è ortogonale a* $\boldsymbol{u}$*?*

{5,-1,0}

Risposta

◯ $\gamma = 1$ ◯ $\gamma = 2$ ◯ $\gamma = 3$ ◯ $\gamma = 4$ ◯ $\gamma = \frac{4}{3}$ ◯ $\gamma = \frac{5}{3}$ ◯ $\gamma = \frac{7}{3}$ ♣ $\gamma = \frac{8}{3}$

Q2. *In un piano verticale, un'asta omogenea di massa* m *e lunghezza* ℓ *è libera di ruotare attorno ad un estremo* O*. Un anellino* P *di massa* $2m$ *e dimensioni trascurabili può scorrere senza attrito lungo l'asta, ed è attratto verso* O *da una molla ideale di costante elastica* $\frac{mg}{\ell}$*. Una seconda molla ideale, di costante elastica* $2\frac{mg}{\ell}$ *attira il secondo estremo* A *dell'asta verso il punto* B *sulla verticale per* A *posto lungo una guida fissa orizzontale alla stessa quota di* O*. Siano* s *l'ascissa di* P *misurata lungo* OA*, con origine in* O*, e* ϑ *l'angolo che l'asta forma con l'orizzontale (vedi Figura 1). All'istante* $t = 0$ *si ha* $\vartheta(0) = \pi/6$, $s(0) = \ell/2$, $\dot{\vartheta}(0) = \dot{s}(0) = 0$*. Calcolare* $(\ddot{s}(0), \ddot{\vartheta}(0))$.

{5,-1,0}

Risposta

○ $\left(\frac{g}{4}, \frac{\sqrt{3}}{2}\frac{g}{\ell}\right)$ ○ $\left(\frac{g}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\frac{g}{\ell}\right)$ ○ $\left(\frac{g}{4}, \frac{3\sqrt{3}}{5}\frac{g}{\ell}\right)$ ○ $\left(\frac{g}{3}, \frac{5\sqrt{3}}{7}\frac{g}{\ell}\right)$
♣ $\left(\frac{g}{4}, \frac{3\sqrt{3}}{10}\frac{g}{\ell}\right)$ ○ $\left(\frac{g}{4}, \frac{9\sqrt{3}}{14}\frac{g}{\ell}\right)$ ○ $\left(\frac{g}{3}, \frac{9\sqrt{3}}{17}\frac{g}{\ell}\right)$ ○ $\left(\frac{g}{3}, \frac{12\sqrt{3}}{17}\frac{g}{\ell}\right)$

Q3. *Sia $\mathcal{B}$ un corpo esteso e siano I_1, I_2 ed I_3 i momenti centrali d'inerzia rispetto a $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$, direzioni principali d'inerzia, con $0 < I_1 \leq I_2 \leq I_3$. Quale fra le seguenti affermazioni è* sempre *vera?*

{5,-1,0}

Risposta

○ Non esistono altre direzioni principali d'inerzia all'infuori di $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$.
○ Ogni combinazione lineare di $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \boldsymbol{e}_3\}$ è una direzione principale d'inerzia.
○ $I_3 = I_1 + I_2$.
○ Dato un versore $\boldsymbol{n} = \alpha\boldsymbol{e}_1 + \beta\boldsymbol{e}_2$, si ha $I_3 = (\beta I_1 + \alpha I_2)$.
○ Se $I_1 = I_2$ il corpo è un solido di rotazione.
○ Se $I_1 = I_2 = I_3$ il corpo è una sfera.
♣ Se $I_1 = I_2 = I_3$ l'ellissoide centrale d'inerzia è una sfera
○ $I_3 = \sqrt{I_1 I_2}$.

Q4. *In un piano verticale, un supporto fisso è costituito da una guida rettilinea scabra CQ di coefficiente d'attrito statico $\mu = \sqrt{3}/3$, inclinato rispetto all'orizzontale di un angolo $\vartheta = \pi/6$, e da una guida priva d'attrito avente la forma di un arco AQ di circonferenza di raggio R, raccordata con continuità della tangente in Q. Un filo BP di densità lineare di massa m/R e lunghezza $26\pi R/3$ è parzialmente appoggiato lungo CQ, e prosegue lungo la guida circolare in modo che si distacchi lungo la verticale in A. All'estremità P del filo viene posto un contrappeso di massa $2\sqrt{3}m$. Sia γR la lunghezza del tratto AP libero di filo (vedi figura 2). Qual è il massimo valore di γ compatibile con l'equilibrio nelle condizioni descritte?*

{5,-1,0}

Risposta

○ $4\pi - \sqrt{3}$ ○ $4\pi - \frac{1}{\sqrt{3}}$ ♣ $4\pi - \frac{5\sqrt{3}}{4}$ ○ $4\pi - \frac{5}{4\sqrt{3}}$
○ $4\pi - \frac{7\sqrt{3}}{8}$ ○ $4\pi - \frac{7}{8\sqrt{3}}$ ○ $4\pi - \frac{11\sqrt{3}}{12}$ ○ $4\pi - \frac{11}{12\sqrt{3}}$

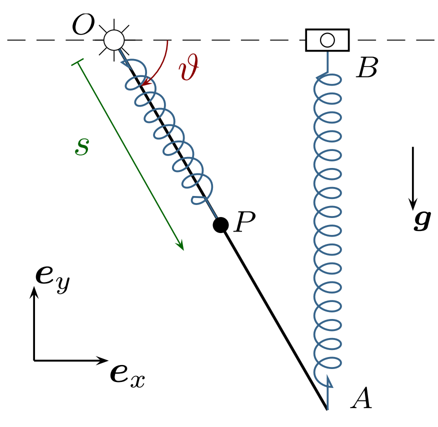

Fig. 1

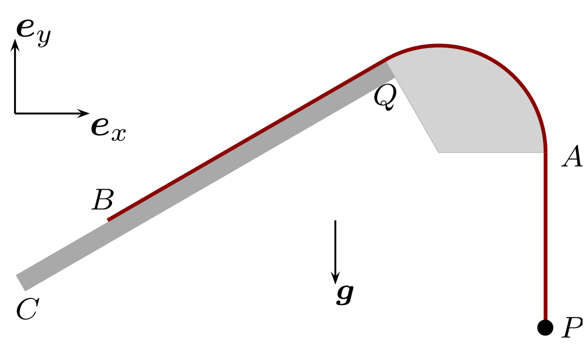

Fig. 2