UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
21 settembre 2006

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2 *ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

QUESITI

Q1.*L'azione di un tensore* $\boldsymbol{L}$ *su una base ortonormale* $\{\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z\}$ *è individuata dalle relazioni*

$$\begin{cases} \boldsymbol{L}\boldsymbol{e}_x = 2\boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z \\ \boldsymbol{L}\boldsymbol{e}_y = -\boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y \\ \boldsymbol{L}\boldsymbol{e}_z = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z\,. \end{cases}$$

Dato il vettore $\boldsymbol{v} = \gamma\boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z$, *trovare per quale valore di* γ $\boldsymbol{v}$ *è ortogonale a* $\boldsymbol{L}\boldsymbol{v}$.

{5,-1,0}

Soluzione
♠ $\gamma = -14$ ◯ $\gamma = \frac{14}{3}$ ◯ $\gamma = 14$ ◯ $\gamma = -\frac{14}{3}$ ◯ $\gamma = -2$ ◯ $\gamma = \frac{14}{5}$ ◯ $\gamma = \frac{14}{9}$ ◯ $\gamma = \frac{7}{2}$

Q2.*In un piano verticale, un'asta* AB *di massa trascurabile e lunghezza* 2ℓ *è libera di ruotare attorno al punto medio* C, *a sua volta mobile senza attrito lungo una guida verticale (Figura 2). In* A *e* B *sono applicate due masse puntiformi* $3m$ *e* $6m$ *che sono attratte da due molle ideali di costanti elastiche* $\delta mg/\ell$ *e* $4mg/\ell$ *verso i punti* A' *e* B' *posti su una guida orizzontale fissa e vincolati a restare sulle verticali di* A *e* B *rispettivamente. Trovare per quali valori di* δ, *la configurazione di equilibrio in cui l'asta è verticale con* B *sopra* A *è stabile.*

{5,-1,0}

Soluzione
◯ $\delta = \frac{8}{11}$ ◯ $\delta = \frac{6}{5}$ ◯ $\delta = \frac{8}{7}$ ◯ $\delta = \frac{3}{2}$ ◯ $\delta = \frac{4}{11}$ ◯ $\delta = \frac{4}{5}$ ◯ $\delta = \frac{3}{10}$ ♠ $\delta = \frac{6}{7}$

Q3.*In un piano verticale, un disco omogeneo di raggio* R *e massa* $3m$ *ha un punto* O *della circonferenza incernierato ad un asse verticale, a distanza* R *da una guida orizzontale* s *su cui il disco appoggia senza attrito. Il punto del disco diametralmente opposto ad* O *è attratto verso* s *da una molla ideale di costante elastica* $2mg/R$ *posta lungo la verticale. Il piano in cui si trova il disco trasla in direzione verticale descrivendo un* *moto armonico $y(t) = \beta R \cos 2\sqrt{\frac{g}{R}}t$ (Figura 1). Trovare il massimo valore di β compatibile con il contatto tra disco e guida s.*

{5,-1,0}

Soluzione

○ $\beta = \frac{11}{6}$ ○ $\beta = \frac{5}{3}$ ○ $\beta = \frac{2}{3}$ ♠ $\beta = \frac{7}{12}$ ○ $\beta = \frac{5}{2}$ ○ $\beta = \frac{5}{12}$ ○ $\beta = \frac{1}{2}$ ○ $\beta = \frac{5}{4}$

Q4. *Quale tra le seguenti scritture per le equazioni di Lagrange di un sistema conservativo a vincoli olonomi e perfetti avente lagrangiana L è* ***sempre*** *vera:*

{5,-1,0}

Risposta

♠ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) = \frac{\partial L}{\partial q_i}$ ○ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial q_i}\right) = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$ ○ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) = -\frac{\partial L}{\partial q_i}$ ○ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial q_i}\right) = -\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$

○ $\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}\left(\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}\right) = \frac{\partial L}{\partial q_i}$ ○ $\frac{\partial}{\partial q_i}\left(\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}\right) = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$ ○ $\frac{\partial}{\partial \dot{q}_i}\left(\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}\right) = -\frac{\partial L}{\partial q_i}$ ○ $\frac{\partial}{\partial q_i}\left(\frac{\mathrm{d}L}{\mathrm{d}t}\right) = -\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}$

○ *Nessuna delle precedenti.*

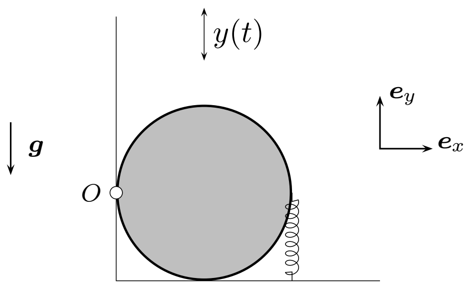

Fig. 1

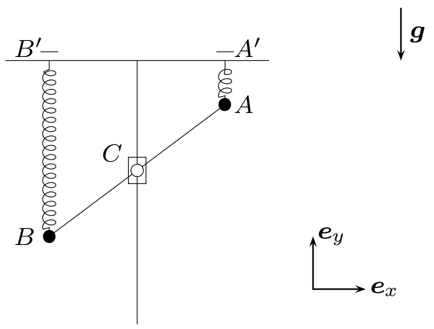

Fig. 2