

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

Per i quesiti a risposta chiusa, la **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

ESITO

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. Trovare la curvatura κ della curva

$$p(t) - O = \cos^2 t e_x + \sqrt{2} \sin t e_y + \sqrt{2} t e_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

$\kappa = \frac{\sqrt{7}}{4}$ $\kappa = \frac{\sqrt{19}}{4}$ $\kappa = 1$ $\kappa = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\kappa = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{14}{3}}$ $\kappa = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}$

QC2. Ad una lamina omogenea quadrata $ABCD$ di massa $2m$ e lato 4ℓ viene asportata una porzione rettangolare $EFGH$, con EF di lunghezza ℓ e FG di lunghezza pari a metà di uno dei lati del quadrato e posto su di esso in modo che $CE = BH$ (Figura 1). Calcolare il momento centrale di inerzia I_z del corpo così ottenuto rispetto alla direzione $e_z := e_x \wedge e_y$ ortogonale al piano della lamina.

{6,-1,0}

Risposta

$\frac{4247}{792} m\ell^2$ $\frac{4247}{198} m\ell^2$ $\frac{1541}{224} m\ell^2$ $\frac{1541}{336} m\ell^2$ $\frac{1807}{180} m\ell^2$ $\frac{1807}{120} m\ell^2$

QC3. Per un corpo rigido \mathcal{B} , sia v_C la velocità del centro di massa di \mathcal{B} , v_O la velocità di un altro suo punto O ed ω la sua velocità angolare; sia, inoltre, \mathbf{R} il risultante di un sistema di forze, ed \mathbf{M}_P il momento risultante dello stesso sistema di forze rispetto ad un generico punto P .

Quale fra le seguenti espressioni per la potenza complessiva W del sistema di forze è sempre vera?

{6,-1,0}

Soluzione

$W = v_O \cdot \mathbf{R} + \omega \cdot \mathbf{M}_O$ $W = v_O \cdot \mathbf{R} + \omega \cdot \mathbf{M}_C$
 $W = \frac{1}{2} m v_O^2 + \frac{1}{2} \omega \cdot \mathbb{I}_O \omega$ $W = \mathbf{R} \wedge v_O + \mathbf{M}_O \wedge \omega$
 $W = \omega \cdot \mathbf{R} \wedge v_O + v_C \cdot \mathbf{M}_O \wedge \omega$ Nessuna delle precedenti

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. In un piano verticale, un disco di massa m e raggio $R = \ell$ è vincolato a rotolare senza strisciare lungo una guida orizzontale; un'asta di massa trascurabile e lunghezza $4R$ ha un estremo libero di ruotare attorno al centro C del disco, e reca all'altra estremità P un corpo puntiforme di massa m . Una molla ideale di lunghezza a riposo nulla e costante elastica $mg/4\ell$ attrae C verso un punto fisso O posto sulla medesima quota. Nelle risposte si utilizzino le coordinate lagrangiane indicate in Figura 2.

1. Fornire l'espressione dell'energia potenziale totale del sistema: **{2,0,0}**

2. Fornire l'espressione dell'energia cinetica totale del sistema: **{3,0,0}**

3. Calcolare le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile. **{4,0,0}**

QA2. La struttura rigida riportata in Figura 3 è composta da due aste: AC di lunghezza 6ℓ e peso mg e MB di peso trascurabile, avente forma di un arco di circonferenza di ampiezza $\pi/3$ centrato in A e raggio $R = \overline{AC}/2$, incernierata alla prima in M , punto medio di AC . La struttura è vincolata a terra da due cerniere in A e B , poste alla stessa quota a distanza R . In C agisce una forza $\mathbf{f} = -2mge_x$.

1. Calcolare il modulo della reazione vincolare in M **{2,0,0}**

2. Sia Φ la reazione vincolare in A ; calcolare $\Phi_x = \Phi \cdot e_x$ **{2,0,0}** e $\Phi_y = \Phi \cdot e_y$ **{2,0,0}**

3. Determinare il valore assoluto del momento flettente agente nel punto medio di BM . **{3,0,0}**

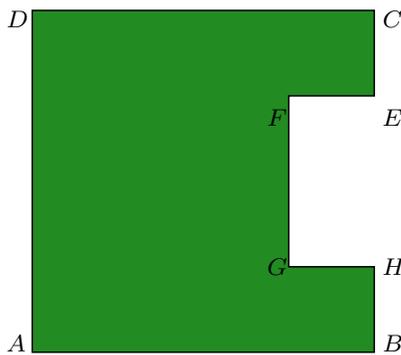


Fig. 1

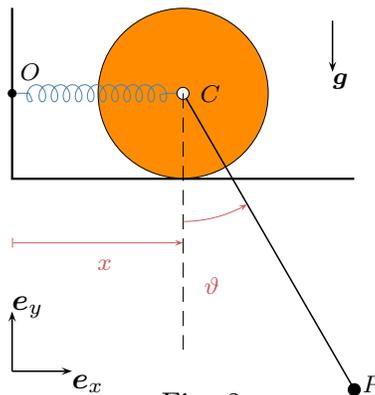


Fig. 2

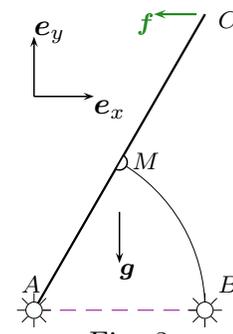


Fig. 3