

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
**Esame di Meccanica Razionale (Parte I)**  
22 giugno 2005

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà 2 ore. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

**{E,NE,A}**

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

---

---

**ESITO** | | |

---

---



---

---

**QUESITI**

---

---

**Q1.** Un corpo rigido esteso  $\mathcal{B}$  ha massa  $M \neq 0$ . Quale tra le seguenti affermazioni riguardante il suo tensore di inerzia  $\mathbb{I}_O$  rispetto ad un punto  $O$  è sicuramente corretta?

**{5,-1,0}**

**Risposta**

- ♠ Il numero massimo di autovalori nulli di  $\mathbb{I}_O$  è uno.  $\bigcirc$   $\mathbb{I}_O$  non può mai avere autovalori nulli.  
 $\bigcirc$  Il segno degli autovalori di  $\mathbb{I}_O$  dipende dalla scelta di  $\mathcal{B}$ .  $\bigcirc$   $\mathbb{I}_O$  ha sempre tre autovalori distinti.  
 $\bigcirc$  Per una scelta opportuna di  $O$ ,  $\mathbb{I}_O$  può avere due autovalori nulli.  $\bigcirc$  Nessuna delle precedenti
- 
- 

**Q2.** In un piano **orizzontale**, due punti materiali  $A$  e  $B$  si muovono senza attrito lungo due archi di circonferenza, entrambi di raggio  $R$ , aventi distanza  $R$  (figura 1). Il punto  $A$  ha massa  $6m$ ,  $B$  ha massa  $m$  ed i punti sono uniti da una molla di costante elastica  $k$  e lunghezza a riposo nulla. Dette  $\omega_M$  ed  $\omega_m$  la maggiore e la minore frequenza delle piccole oscillazioni in un intorno della configurazione di minimo assoluto dell'energia potenziale, trovare il valore del rapporto  $\Omega := \omega_M/\omega_m$ .

**{5,-1,0}**

**Soluzione**

$\bigcirc \Omega = \sqrt{\frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}} \quad \bigcirc \Omega = \sqrt{\frac{7+\sqrt{13}}{7-\sqrt{13}}} \quad \bigcirc \Omega = \sqrt{\frac{7+\sqrt{19}}{7-\sqrt{19}}} \quad \bigcirc \Omega = \sqrt{\frac{4+\sqrt{7}}{4-\sqrt{7}}}$

$$\circ \Omega = \sqrt{\frac{8+\sqrt{19}}{8-\sqrt{19}}} \quad \circ \Omega = \sqrt{\frac{8+\sqrt{43}}{8-\sqrt{43}}} \quad \circ \Omega = \sqrt{\frac{6+\sqrt{21}}{6-\sqrt{21}}} \quad \spadesuit \Omega = \sqrt{\frac{7+\sqrt{31}}{7-\sqrt{31}}}$$

**Q3.** Scrivere l'equazione dell'asse centrale del seguente sistema di vettori applicati piani:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_y & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 1, 0), \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_x & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1, -1, 0), \\ \mathbf{v}_3 = 2\mathbf{e}_y & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (-1, -1, 0), \\ \mathbf{v}_4 = -2\mathbf{e}_x & \text{applicato in } P_4 - O \equiv (-1, 1, 0), \end{cases}$$

{5,-1,0}

**Soluzione**

$$\begin{aligned} \circ y = 2x - \frac{1}{2} \quad \circ y = -4x + 4 \quad \spadesuit y = -4x + 3 \quad \circ y = 2x - \frac{1}{3} \\ \circ y = -4x + 2 \quad \circ y = 3x - 1 \quad \circ y = x + \frac{1}{2} \quad \circ y = -4x + \frac{2}{5} \end{aligned}$$

**Q4.** Un filo inestendibile di densità lineare di massa  $3m/R$  e lunghezza  $\pi R/2$  è appoggiato senza attrito ad un quadrante di raggio  $R$ . L'estremo  $A$  del filo è fissato al bordo del quadrante, mentre l'estremo  $B$  è sollecitato da un carico concentrato  $\mathbf{q} = -\alpha m g \mathbf{e}_y$  (figura 2). Supponendo trascurabile la gravità, trovare per quali valori di  $\alpha$  il filo resta sempre a contatto con il quadrante se quest'ultimo viene messo in rotazione con velocità angolare costante  $\omega = 2\sqrt{g/R} \mathbf{e}_y$  attorno all'asse  $OA$ .

{5,-1,0}

**Soluzione**

$$\spadesuit \alpha \geq 12 \quad \circ \alpha \geq 18 \quad \circ \alpha \geq 16 \quad \circ \alpha \geq 32 \quad \circ \alpha \geq 36 \quad \circ \alpha \geq 48 \quad \circ \alpha \geq 8 \quad \circ \alpha \geq 4$$

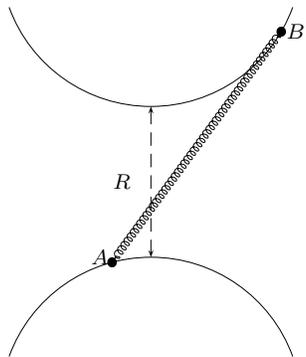


Fig. 1

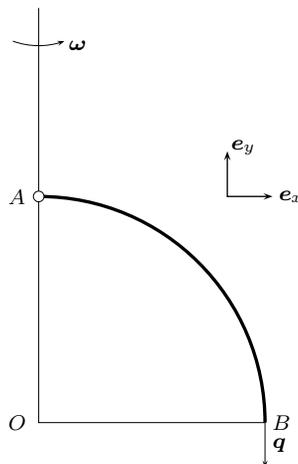


Fig. 2