Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
Esame di Meccanica Razionale (Parte I)
22 giugno 2005

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2** ***ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO		

QUESITI

Q1. *Un corpo rigido esteso $\mathcal{B}$ ha massa $M \neq 0$. Quale tra le seguenti affermazioni rigurdante il suo tensore di inerzia $\mathbb{I}_O$ rispetto ad un punto O è sicuramente corretta?*

{5,-1,0}

Risposta

♠ Il numero massimo di autovalori nulli di $\mathbb{I}_O$ è uno. ◯ $\mathbb{I}_O$ non può mai avere autovalori nulli.
◯ Il segno degli autovalori di $\mathbb{I}_O$ dipende dalla scelta di $\mathcal{B}$. ◯ $\mathbb{I}_O$ ha sempre tre autovalori distinti.
◯ Per una scelta opportuna di O, $\mathbb{I}_O$ può avere due autovalori nulli. ◯ Nessuna delle precedenti

Q2. *In un piano* **orizzontale**, *due punti materiali A e B si muovono senza attrito lungo due archi di circonferenza, entrambi di raggio R, aventi distanza R (figura 1). Il punto A ha massa $6m$, B ha massa m ed i punti sono uniti da una molla di costante elastica k e lunghezza a riposo nulla. Dette ω_M ed ω_m la maggiore e la minore frequenza delle piccole oscillazioni in un intorno della configurazione di minimo assoluto dell'energia potenziale, trovare il valore del rapporto $\Omega := \omega_M/\omega_m$.*

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $\Omega = \sqrt{\frac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}}$ ◯ $\Omega = \sqrt{\frac{7+\sqrt{13}}{7-\sqrt{13}}}$ ◯ $\Omega = \sqrt{\frac{7+\sqrt{19}}{7-\sqrt{19}}}$ ◯ $\Omega = \sqrt{\frac{4+\sqrt{7}}{4-\sqrt{7}}}$

◯ $\Omega = \sqrt{\frac{8+\sqrt{19}}{8-\sqrt{19}}}$ ◯ $\Omega = \sqrt{\frac{8+\sqrt{43}}{8-\sqrt{43}}}$ ◯ $\Omega = \sqrt{\frac{6+\sqrt{21}}{6-\sqrt{21}}}$ ♠ $\Omega = \sqrt{\frac{7+\sqrt{31}}{7-\sqrt{31}}}$

Q3. *Scrivere l'equazione dell'asse centrale del seguente sistema di vettori applicati piani:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = 2\boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,1,0), \\ \boldsymbol{v}_2 = \boldsymbol{e}_x & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (1,-1,0), \\ \boldsymbol{v}_3 = 2\boldsymbol{e}_y & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (-1,-1,0). \\ \boldsymbol{v}_4 = -2\boldsymbol{e}_x & \text{applicato in } P_4 - O \equiv (-1,1,0), \end{cases}$$

{5,-1,0}

Soluzione

◯ $y = 2x - \frac{1}{2}$ ◯ $y = -4x + 4$ ♠ $y = -4x + 3$ ◯ $y = 2x - \frac{1}{3}$
◯ $y = -4x + 2$ ◯ $y = 3x - 1$ ◯ $y = x + \frac{1}{2}$ ◯ $y = -4x + \frac{2}{5}$

Q4. *Un filo inestendibile di densità lineare di massa $3m/R$ e lunghezza $\pi R/2$ è appoggiato senza attrito ad un quadrante di raggio R. L'estremo A del filo è fissato al bordo del quadrante, mentre l'estremo B è sollecitato da un carico concentrato $\boldsymbol{q} = -\alpha m g \boldsymbol{e}_y$ (figura 2). Supponendo trascurabile la gravità, trovare per quali valori di α il filo resta sempre a contatto con il quadrante se quest'ultimo viene messo in rotazione con velocità angolare costante $\boldsymbol{\omega} = 2\sqrt{g/R}\boldsymbol{e}_y$ attorno all'asse OA.*

{5,-1,0}

Soluzione

♠ $\alpha \geq 12$ ◯ $\alpha \geq 18$ ◯ $\alpha \geq 16$ ◯ $\alpha \geq 32$ ◯ $\alpha \geq 36$ ◯ $\alpha \geq 48$ ◯ $\alpha \geq 8$ ◯ $\alpha \geq 4$

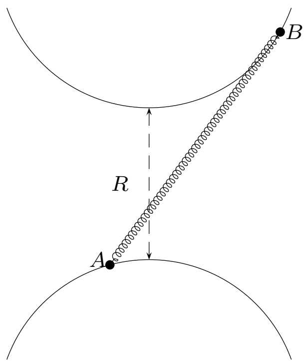

Fig. 1

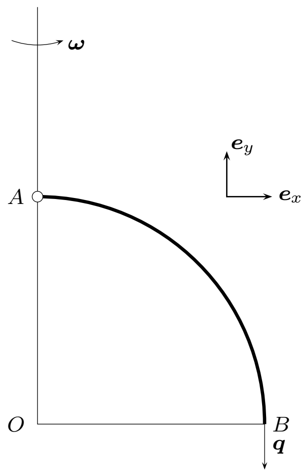

Fig. 2