

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
**Esame di Meccanica Razionale (Parte II)**  
22 giugno 2005

Il **candidato** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La seconda parte della **prova** consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore**. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

**{E,NE,A}**

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

---

---

ESITO

---

---

**QUESITI**

---

---

**Q1.** Trovare la curvatura  $\kappa$  della curva

$$p(t) - O = \sqrt{3}(t^2 - 1)e_x + \sin t e_y + 2e^{-t}e_z$$

nel punto corrispondente a  $t = 0$ .

**{5,-1,0}**

**Risposta**

$\frac{7}{10\sqrt{10}}$    
  $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{11}{5}}$    
  $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{21}{5}}$    
  $\frac{2}{5}\sqrt{\frac{6}{5}}$    
  $\frac{5}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}$    
  $\frac{8}{5\sqrt{5}}$    
  $\frac{\sqrt{19}}{8}$    
  $\frac{\sqrt{5}}{4}$

**Q2.** Da una lamina semicircolare omogenea di massa  $m$  e diametro  $AB$  di lunghezza  $R$ , viene asportato un quadrato di lato  $\frac{1}{4}R$  in modo che il punto medio di un lato coincida con quello del raggio  $OB$  (Figura 1). Calcolare il momento di inerzia  $I_A^z$  del corpo così formato rispetto all'asse passante per l'estremo  $A$  del diametro e diretto come  $e_z$  ( $3\beta^2 - \frac{5}{4}\gamma^2 - \beta\gamma > 0$ ).

**{5,-1,0}**

**Risposta**

$I_A^z = (\frac{3}{8} - \frac{113}{384\pi})mR^2$    
  $I_A^z = (6 - \frac{496}{243\pi})mR^2$    
  $I_A^z = (6 - \frac{437}{384\pi})mR^2$    
  $I_A^z = (\frac{3}{4} - \frac{62}{243\pi})mR^2$   
  $I_A^z = (\frac{3}{8} - \frac{31}{27\pi})mR^2$    
  $I_A^z = (3 - \frac{113}{48\pi})mR^2$    
  $I_A^z = (\frac{27}{16} - \frac{31}{54\pi})mR^2$    
  $I_A^z = (\frac{27}{4} - \frac{62}{27\pi})mR^2$

**Q3.** La struttura rigida riportata in Figura 2 è posta in un piano verticale ed è composta da tre aste omogenee rettilinee:  $AB$  di massa  $2m$  e lunghezza  $\frac{4\ell\sqrt{3}}{3}$ ,  $OA$  di massa  $\frac{3}{2}m$  e lunghezza  $2\ell$ , e  $CM$  di massa trascurabile e lunghezza  $\sqrt{2}\ell$ . Le aste sono vincolate a terra mediante un carrello e due cerniere nei punti  $B$ ,  $O$  e  $C$  posti alla stessa quota, in modo che sia  $\overline{OB} = \frac{2\ell\sqrt{3}}{3}$  e  $\overline{OC} = \ell$ , e sono vincolate reciprocamente mediante due cerniere poste in  $A$  e nel punto medio  $M$  di  $AO$ . su  $CM$  agisce una coppia di momento  $\mathbf{C} = \frac{5}{2}mg\ell\mathbf{e}_z$ . Determinare il modulo  $N_O$  dello sforzo assiale agente in  $OA$  nel punto  $O$ .

{5,-1,0}

**Risposta**

- $\frac{3}{2}mg$    
  $3mg$    
  $\frac{5}{2}mg$    
  $5mg$    
  $\frac{7}{2}mg$    
  $7mg$    
  $\frac{9}{2}mg$    
  $9mg$

**Q4.** In un piano verticale, una lamina omogenea a forma di triangolo rettangolo è vincolata a muoversi con il cateto  $OA$  lungo una guida orizzontale in modo che l'ascissa  $x$  di  $O$  misurata lungo la guida vari secondo la legge oraria  $x(t) = \sqrt{3}R \sin \omega_0 t$ , con  $\omega_0 = 2\sqrt{\frac{g}{R}}$ ; un disco di massa  $\alpha m$  e raggio  $R$  è appoggiato sull'ipotenusa  $AB$ , ed ha il centro libero di ruotare attorno all'estremo  $C$  di un'asta di massa trascurabile e lunghezza  $2R$ , il cui secondo estremo è incernierato nel vertice  $B$  dell'angolo di ampiezza  $\frac{\pi}{6}$ . Una molla di costante elastica  $3\frac{mg}{R}$ , e lunghezza a riposo nulla, attrae  $C$  verso il punto  $C'$  posto su  $OB$  alla stessa quota. Qual è il valore limite di  $\alpha$  compatibile con il contatto in  $P$  se l'appoggio è liscio?

{5,-1,0}

**Risposta**

- $\frac{3\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$    
  $\frac{3\sqrt{3}}{4-\sqrt{3}}$    
  $\frac{4\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$    
  $\frac{4\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}$    
 1   
 2   
 3   
 4

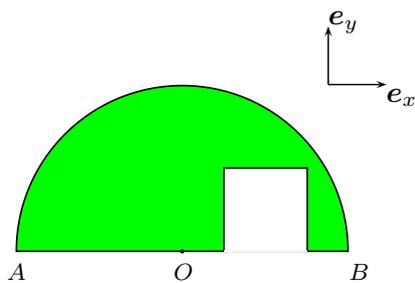


Fig. 1

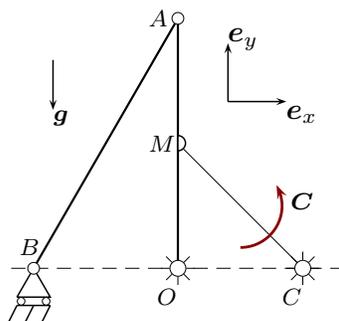


Fig. 2

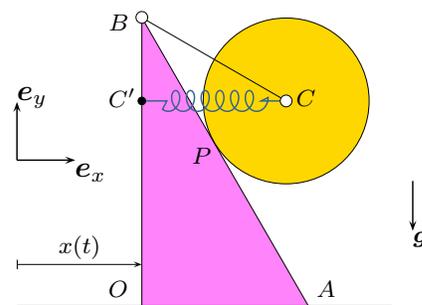


Fig. 3