

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
*Esame di Meccanica Razionale (Parte I)*  
22 Luglio 2004

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà 2 ore. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

**{E,NE,A}**

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

---

---

ESITO

---

---

**QUESITI**

---

---

**Q1.** Dati i vettori:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z \end{cases}$$

trovare il valore di  $\mathbf{v}_3 \cdot (\mathbf{v}_1 \otimes \mathbf{v}_2)\mathbf{v}_3$ .

**{5,-1,0}**

*Soluzione*

♠ 9    $\bigcirc$  -17    $\bigcirc$  0    $\bigcirc$  -12    $\bigcirc$  -21    $\bigcirc$  -35    $\bigcirc$  5    $\bigcirc$  -49

---

---

**Q2.** In un piano verticale, un'asta omogenea  $OA$  di lunghezza  $\ell$  e massa  $2m$  è incernierata in  $O$  ad un punto fisso appartenente ad una retta verticale  $r$ . L'estremo  $A$  dell'asta è attratto verso  $r$  da una molla di costante elastica  $\frac{3mg}{2\ell}$  che deve restare sempre in orizzontale (Figura 1). Se il piano contenente  $r$  ed  $OA$  ruota attorno ad  $r$  con velocità angolare costante  $\omega = \omega \mathbf{e}_y$ , trovare il minimo valore di  $\omega$  a partire dal quale la configurazione in cui  $OA$  è verticale, con  $O$  al di sotto di  $A$ , cessa di essere configurazione di equilibrio stabile.

**{5,-1,0}**

*Soluzione*

- $\omega = \sqrt{\frac{11g}{2\ell}}$    $\omega = \sqrt{\frac{3g}{4\ell}}$    $\omega = \sqrt{\frac{9g}{4\ell}}$    $\omega = \sqrt{\frac{g}{2\ell}}$   
  $\omega = \sqrt{\frac{6g}{\ell}}$    $\omega = \sqrt{\frac{7g}{2\ell}}$    $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$    $\omega = \sqrt{\frac{3g}{\ell}}$

**Q3.** Ad una lamina omogenea quadrata di massa  $6m$  e lato  $\ell$  vengono saldati due semidischi omogenei, ciascuno di massa  $6m$  e raggio  $\ell/2$ , in modo da formare la lamina piana  $\mathcal{L}$  riportata in figura 2. Trovare il momento centrale di inerzia di  $\mathcal{L}$  nella direzione  $e_x$ .

{5,-1,0}

**Soluzione**

- $\frac{3}{4}m\ell^2$    $\frac{5}{12}m\ell^2$    $\frac{13}{24}m\ell^2$    $\frac{7}{12}m\ell^2$    $\frac{m}{12}\ell^2$    $\frac{m}{8}\ell^2$    $\frac{m}{2}\ell^2$    $\frac{5}{4}m\ell^2$

**Q4.** Un sistema meccanico è descritto da coordinate generalizzate  $\{q_i\}$  ed ha lagrangiana  $L$ . Quale, tra le seguenti, è la forma corretta delle equazioni di moto di LAGRANGE del sistema?

{5,-1,0}

**Risposta**

- $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$    $\left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$    $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = 0$   
  $\left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$    $\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$   Nessuna delle precedenti

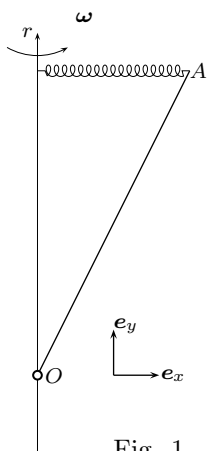


Fig. 1

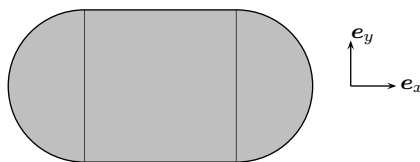


Fig. 2