

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte I)
22 Luglio 2004

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà 2 ore. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO

QUESITI

Q1. Dati i vettori:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y \\ \mathbf{v}_2 = \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z \end{cases}$$

trovare il valore di $\mathbf{v}_3 \cdot (\mathbf{v}_1 \otimes \mathbf{v}_2) \mathbf{v}_3$.

{5,-1,0}

Soluzione

♠ 9 \bigcirc -17 \bigcirc 0 \bigcirc -12 \bigcirc -21 \bigcirc -35 \bigcirc 5 \bigcirc -49

Q2. In un piano verticale, un'asta omogenea OA di lunghezza ℓ e massa $2m$ è incernierata in O ad un punto fisso appartenente ad una retta verticale r . L'estremo A dell'asta è attratto verso r da una molla di costante elastica $\frac{3mg}{2\ell}$ che deve restare sempre in orizzontale (Figura 1). Se il piano contenente r ed OA ruota attorno ad r con velocità angolare costante $\boldsymbol{\omega} = \omega \mathbf{e}_y$, trovare il minimo valore di ω a partire dal quale la configurazione in cui OA è verticale, con O al di sotto di A , cessa di essere configurazione di equilibrio stabile.

{5,-1,0}

Soluzione

- $\omega = \sqrt{\frac{11g}{2\ell}}$ $\omega = \sqrt{\frac{3g}{4\ell}}$ $\omega = \sqrt{\frac{9g}{4\ell}}$ $\omega = \sqrt{\frac{g}{2\ell}}$
 $\omega = \sqrt{\frac{6g}{\ell}}$ $\omega = \sqrt{\frac{7g}{2\ell}}$ $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ $\omega = \sqrt{\frac{3g}{\ell}}$

Q3. Ad una lamina omogenea quadrata di massa $6m$ e lato ℓ vengono saldati due semidischi omogenei, ciascuno di massa $6m$ e raggio $\ell/2$, in modo da formare la lamina piana \mathcal{L} riportata in figura 2. Trovare il momento centrale di inerzia di \mathcal{L} nella direzione e_x .

{5,-1,0}

Soluzione

- $\frac{3}{4}m\ell^2$ $\frac{5}{12}m\ell^2$ $\frac{13}{24}m\ell^2$ $\frac{7}{12}m\ell^2$ $\frac{m}{12}\ell^2$ $\frac{m}{8}\ell^2$ $\frac{m}{2}\ell^2$ $\frac{5}{4}m\ell^2$

Q4. Un sistema meccanico è descritto da coordinate generalizzate $\{q_i\}$ ed ha lagrangiana L . Quale, tra le seguenti, è la forma corretta delle equazioni di moto di LAGRANGE del sistema?

{5,-1,0}

Risposta

- $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$ $\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$ $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} = 0$
 $\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$ $\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = 0$ Nessuna delle precedenti

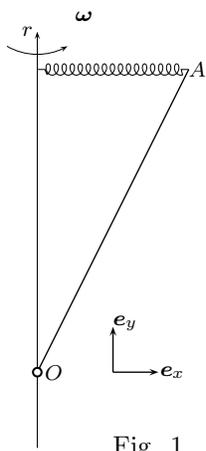


Fig. 1

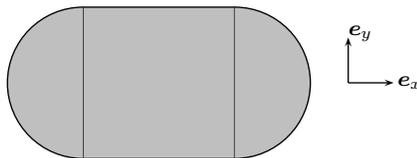


Fig. 2