UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
22 luglio 2004

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La seconda parte della ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2 *ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

QUESITI

Q1. *Trovare la curvatura κ della curva*

$$p(t) - O = \sin 2t\boldsymbol{e}_x + e^{t^2}\boldsymbol{e}_y + \cos t\boldsymbol{e}_z \qquad t \in [0, \pi]$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{5,-1,0}

Soluzione
◯ $\kappa = 3\sqrt{2}$ ◯ $\kappa = 3\sqrt{5}$ ◯ $\kappa = \sqrt{3}$ ◯ $\kappa = \frac{1}{3}$ ♣ $\kappa = \frac{\sqrt{5}}{4}$ ◯ $\kappa = \frac{\sqrt{7}}{4}$ ◯ $\kappa = \frac{\sqrt{13}}{2}$ ◯ $\kappa = \frac{2\sqrt{2}}{3}$

Q2. *In un piano, l'estremo A di un'asta di massa $3m$ e lunghezza $2R$ è libero di scorrere lungo un asse, lasciando l'asta libera di ruotare attorno ad A; nell'altro estremo C si trova incernierato il centro di un disco omogeneo di massa m e raggio R (Figura 1). Esprimere l'energia cinetica totale del sistema in un atto di moto generico.*

{5,-1,0}

Soluzione
♣ $4mR^2\dot{\vartheta}^2 + 2m\dot{x}^2 + \frac{1}{4}mR^2\dot{\varphi}^2 + 5mR\dot{x}\dot{\vartheta}\cos\vartheta$ ◯ $2mR^2\dot{\vartheta}^2 + \frac{5}{6}m\dot{x}^2 + \frac{1}{6}mR^2\dot{\varphi}^2 + \frac{7}{3}mR\dot{x}\dot{\vartheta}\cos\vartheta$
◯ $24mR^2\dot{\vartheta}^2 + \frac{7}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{4}mR^2\dot{\varphi}^2 + 16mR\dot{x}\dot{\vartheta}\cos\vartheta$ ◯ $20mR^2\dot{\vartheta}^2 + \frac{7}{2}m\dot{x}^2 + mR^2\dot{\varphi}^2 + 11\sqrt{2}mR\dot{x}\dot{\vartheta}\cos\vartheta$

◯ $\frac{32}{3}mR^2\dot{\vartheta}^2 + \frac{4}{3}m\dot{x}^2 + \frac{1}{6}mR^2\dot{\varphi}^2 + \frac{20}{3}mR\dot{x}\dot{\vartheta}\cos\vartheta$ ◯ $\frac{32}{3}mR^2\dot{\vartheta}^2 + 2m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}mR^2\dot{\varphi}^2 + 6\sqrt{2}mR\dot{x}\dot{\vartheta}\cos\vartheta$
◯ $\frac{28}{3}mR^2\dot{\vartheta}^2 + \frac{3}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}mR^2\dot{\varphi}^2 + 5\sqrt{2}mR\dot{x}\dot{\vartheta}\cos\vartheta$ ◯ $24mR^2\dot{\vartheta}^2 + 5m\dot{x}^2 + mR^2\dot{\varphi}^2 + 14\sqrt{2}mR\dot{x}\dot{\vartheta}\cos\vartheta$

Q3. *La struttura rigida chiusa riportata in Figura 2 è posta in un piano verticale ed è composta da due aste omogenee rettilinee. L'asta AB, di massa $2m$ e lunghezza $2\ell\sqrt{2}$, inclinata di $\frac{\pi}{4}$ sull'orizzontale, è vincolata a terra tramite due carrelli posti negli estremi; l'asta OC, orizzontale, di massa m e lunghezza ℓ, è incernierata a terra in O ed è incernierata nell'altro estremo nel punto medio della prima asta. Determinare il modulo del momento flettente agente in AB nel punto P, posto a distanza $\frac{\ell}{2}\sqrt{2}$ da A.*

{5,-1,0}

Risposta
◯ $2mg\ell$ ◯ $\frac{19}{16}mg\ell$ ◯ $\frac{23}{16}mg\ell$ ◯ $\frac{29}{16}mg\ell$ ◯ $\frac{33}{16}mg\ell$ ♣ $\frac{9}{8}mg\ell$ ◯ $\frac{15}{8}mg\ell$ ◯ $\frac{9}{4}mg\ell$

Q4. *In un riferimento cartesiano ortogonale $(\boldsymbol{e}_x, \boldsymbol{e}_y, \boldsymbol{e}_z)$, la configurazione indeformata di una verga euleriana di rigidezza flessionale $B = 5p\ell^2$ è il segmento $0 \le x \le \ell$ (Figura 3). La verga è incernierata in $x = 0$ e vincolata mediante un carrello orizzontale in $x = \ell$ e soggetta ad un sistema di forze distribuite la cui densità per unità di lunghezza è $\boldsymbol{f} = -6p\frac{x}{\ell^2}\boldsymbol{e}_y$. Dire quale sarà la curvatura $\kappa(\frac{\ell}{2})$ al centro della verga, nell'approssimazione di piccole deflessioni.*

{5,-1,0}

Soluzione
◯ $\kappa(\frac{\ell}{2}) = \frac{1}{10\ell}$ ◯ $\kappa(\frac{\ell}{2}) = \frac{3}{100\ell}$ ◯ $\kappa(\frac{\ell}{2}) = \frac{1}{15\ell}$ ◯ $\kappa(\frac{\ell}{2}) = \frac{1}{20\ell}$
◯ $\kappa(\frac{\ell}{2}) = \frac{1}{25\ell}$ ◯ $\kappa(\frac{\ell}{2}) = \frac{1}{40\ell}$ ◯ $\kappa(\frac{\ell}{2}) = \frac{3}{80\ell}$ ♣ $\kappa(\frac{\ell}{2}) = \frac{3}{40\ell}$

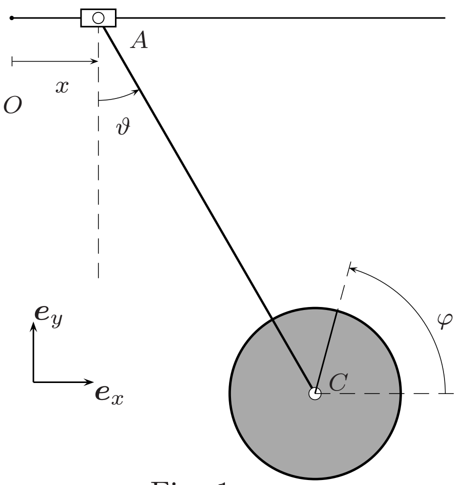

Fig. 1

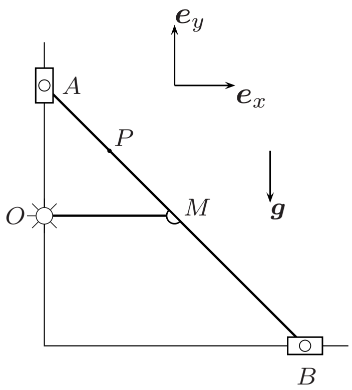

Fig. 2

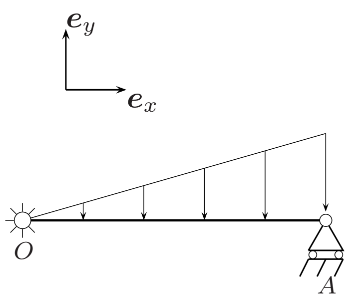

Fig. 3