

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte I)
23 Febbraio 2005

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà 2 ore. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

$\{\mathbf{E}, \mathbf{NE}, \mathbf{A}\}$

dove \mathbf{E} è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, \mathbf{NE} quello in caso di risposta *Non Esatta* e \mathbf{A} quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO | | |

QUESITI

Q1. Una lamina quadrata omogenea di massa M e lato di lunghezza ℓ trasla lungo una guida r con velocità costante $\mathbf{v} \neq \mathbf{0}$. Detto O un punto fisso di r quale tra le seguenti affermazioni riguardante il momento della quantità di moto \mathbf{K}_O della lamina rispetto ad O è sicuramente corretta?

$\{5, -1, 0\}$

Risposta

- \mathbf{K}_O è nullo perché la lamina non ruota. \mathbf{K}_O è costante e deve essere diverso dal vettore nullo.
 \mathbf{K}_O dipende dalle forze applicate alla lamina. $\mathbf{K}_O \cdot M\mathbf{v} = 1$.
 $\mathbf{K}_O \wedge M\mathbf{v} = \mathbf{0}$. Nessuna delle precedenti
-
-

Q2. Trovare il vettore posizione del centro Q del cerchio osculatore della curva

$$p(t) - O = t \cos t \mathbf{e}_x + 3t^2 \mathbf{e}_y + 2t \sin t \mathbf{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

$\{5, -1, 0\}$

Soluzione

$$\bigcirc Q - O = \frac{1}{26}(3\mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z) \quad \bigcirc Q - O = \frac{2}{13}(-2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z) \quad \bigcirc Q - O = \frac{9}{26}(2\mathbf{e}_y - 3\mathbf{e}_z) \quad \bigcirc Q - O = \frac{2}{25}(-4\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z)$$

$$\circ Q - O = \frac{9}{50}(3\mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z) \quad \circ Q - O = \frac{2}{25}(-3\mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z) \quad \circ Q - O = \frac{9}{20}(\mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z) \quad \circ Q - O = \frac{1}{5}(-2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z)$$

Q3. Una verga euleriana OA di lunghezza ℓ e rigidità flessionale $B = 14p\ell^3$ è rettilinea nella configurazione indeformata. L'estremo O della verga è vincolato a terra da un incastro scorrevole, mentre l'estremo A è vincolato da un appoggio bilatero (Figura 1). Sulla verga è applicato un carico avente densità lineare $\mathbf{f} = -\alpha p \frac{x}{\ell} \mathbf{e}_y$. Nell'ipotesi di piccole deflessioni, trovare il valore di α per cui, all'equilibrio, l'estremo O si trova ad una quota $y(0) = -\frac{\ell}{140}$.

{5,-1,0}

Soluzione

$$\circ \alpha = \frac{1}{3} \quad \circ \alpha = \frac{4}{9} \quad \circ \alpha = \frac{1}{4} \quad \circ \alpha = \frac{7}{3} \quad \circ \alpha = \frac{4}{3} \quad \circ \alpha = \frac{2}{5} \quad \circ \alpha = \frac{10}{3} \quad \circ \alpha = \frac{1}{2}$$

Q4. In un piano verticale, un'asta omogenea OA di lunghezza ℓ e peso trascurabile è incernierata senza attrito a terra nell'estremo O (Figura 2). L'estremo A è soggetto ad un carico $\mathbf{q} = -2p\mathbf{e}_y$ ed una molla ideale di lunghezza a riposo nulla e costante elastica $\frac{9p}{\ell}$ attrae il punto P dell'asta distante $\gamma\ell$ da O verso un punto posto alla stessa quota di P , sulla retta verticale passante per O . Per quali valori di γ risulta stabile la configurazione in cui l'asta è verticale, con A sopra O ?

{5,-1,0}

Soluzione

$$\circ \gamma \in (\frac{2}{3}, 1] \quad \circ \gamma \in [0, \frac{2}{3}] \quad \circ \gamma \in (\frac{2}{\sqrt{3}}, 1] \quad \circ \gamma \in [0, \frac{2}{\sqrt{3}}]$$

$$\circ \gamma \in (\frac{\sqrt{2}}{3}, 1] \quad \circ \gamma \in [0, \frac{\sqrt{2}}{3}] \quad \circ \gamma \in (\sqrt{\frac{2}{3}}, 1] \quad \circ \gamma \in [0, \sqrt{\frac{2}{3}}]$$

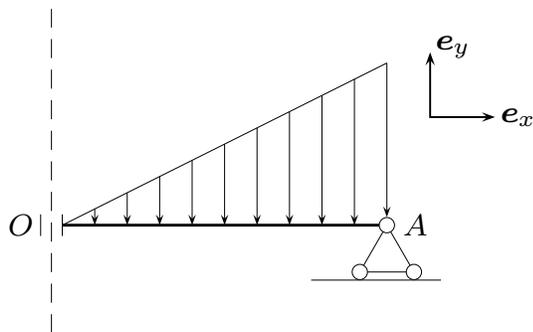


Fig. 1

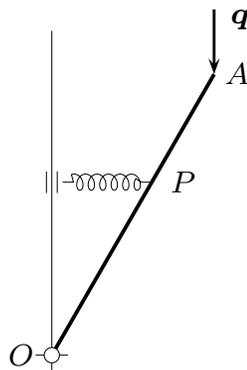


Fig. 2