

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
**Esame di Meccanica Razionale (Parte II)**  
23 febbraio 2005

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La seconda parte della *prova* consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

**{E,NE,A}**

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

---

---

ESITO

---

---

**QUESITI**

---

---

**Q1.** Dati i tensori  $\mathbf{A} = \alpha \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_x$ , e  $\mathbf{B} = \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_z + 2\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z$ , ed il vettore  $\mathbf{v} = 2\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z$ , per quale valore di  $\alpha$  si annulla la quantità  $\mathbf{v} \cdot (\mathbf{AB} + \mathbf{BA})\mathbf{v}$ ?

**{5,-1,0}**

*Risposta*

$\bigcirc \alpha = -\frac{13}{4}$     $\bigcirc \alpha = -3$     $\bigcirc \alpha = -\frac{9}{4}$     $\bigcirc \alpha = -\frac{3}{4}$     $\bigcirc \alpha = \frac{1}{4}$     $\bigcirc \alpha = \frac{5}{4}$     $\bigcirc \alpha = 2$     $\bigcirc \alpha = \frac{7}{4}$

**Q2.** Un corpo è formato da una lamina avente forma di triangolo rettangolo isoscele di cateto  $2\sqrt{2}R$  e massa  $m$ , ed un disco omogeneo di centro  $O$ , massa  $4m$  e raggio  $R$  saldato esternamente al punto medio  $M$  dell'ipotenusa  $BC$  della lamina in un punto posto sulla sua circonferenza (Figura 1). Calcolare il momento di inerzia  $I_A^{(z)}$  del corpo rispetto ad un asse ortogonale al piano in cui giace il corpo e passante per  $A$ , vertice dell'angolo retto.

**{5,-1,0}**

*Risposta*

$\bigcirc I_A^{(z)} = \frac{51}{2}mR^2$     $\bigcirc I_A^{(z)} = \frac{122}{3}mR^2$     $\bigcirc I_A^{(z)} = \frac{185}{3}mR^2$     $\bigcirc I_A^{(z)} = \frac{217}{3}mR^2$   
 $\bigcirc I_A^{(z)} = \frac{281}{3}mR^2$     $\bigcirc I_A^{(z)} = \frac{89}{6}mR^2$     $\bigcirc I_A^{(z)} = 46mR^2$     $\bigcirc I_A^{(z)} = 83mR^2$

**Q3.** Una lamina omogenea rettangolare, di massa  $2m$  e lati  $AB = \ell$  e  $OA = 2\ell$  ha il vertice  $O$  vincolato ad un asse verticale  $r$  mediante una cerniera cilindrica; il vertice  $A$  è appoggiato senza attrito all'asse, ed una molla

di lunghezza a riposo nulla e costante elastica  $3\frac{mg}{\ell}$  attrae il vertice  $C$ , posto alla stessa quota di  $O$ , verso il punto  $P$  dell'asse posto fra  $A$  ed  $O$ , a distanza  $\frac{2}{3}\ell$  da quest'ultimo (Figura 2). Il piano in cui si trova la lamina ruota attorno ad  $r$  con velocità angolare  $\omega = \beta\sqrt{\frac{g}{\ell}}\mathbf{e}_y$ . Qual è il massimo valore assoluto di  $\beta$  compatibile con il contatto in  $A$ ?

{5,-1,0}

**Risposta**

- $|\beta| = \sqrt{2}$       $|\beta| = \sqrt{3}$       $|\beta| = 2$       $|\beta| = \sqrt{5}$   
  $|\beta| = \sqrt{6}$       $|\beta| = \sqrt{7}$       $|\beta| = \sqrt{8}$       $|\beta| = 3$

**Q4.** La struttura rigida riportata in Figura 3 è posta in un piano verticale ed è composta da tre aste omogenee rettilinee, vincolate fra loro mediante tre cerniere cilindriche in modo da formare il triangolo  $ABC$ , e da un'asta avente la forma di un quarto di circonferenza  $OA$  di raggio  $\ell$  e massa trascurabile, con l'estremo  $A$  incerniato al resto della struttura; le aste  $AB$ ,  $BC$  e  $AC$  hanno, rispettivamente, lunghezze  $\ell$ ,  $\ell$  e  $\ell\sqrt{2}$ , e masse  $2m$ ,  $m$  e  $m$ . La struttura è vincolata a terra da due cerniere in  $O$  e in  $C$  poste alla stessa quota e allineate con  $B$ . Determinare il modulo  $M_f$  del momento flettente agente nell'asta curva, nel punto medio  $P$  dell'arco  $OA$ .

{5,-1,0}

**Risposta**

- $M_f = 2(\sqrt{2} - 1)mg\ell$       $M_f = 2(2 - \sqrt{2})mg\ell$       $M_f = (\sqrt{2} - 1)mg\ell$       $M_f = (2 - \sqrt{2})mg\ell$   
  $M_f = \frac{3}{2}(\sqrt{2} - 1)mg\ell$       $M_f = \frac{3}{2}(2 - \sqrt{2})mg\ell$       $M_f = \frac{7}{4}(\sqrt{2} - 1)mg\ell$       $M_f = \frac{7}{4}(2 - \sqrt{2})mg\ell$

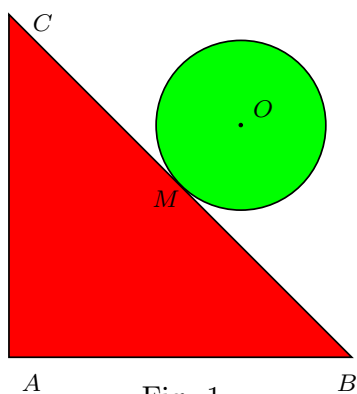


Fig. 1

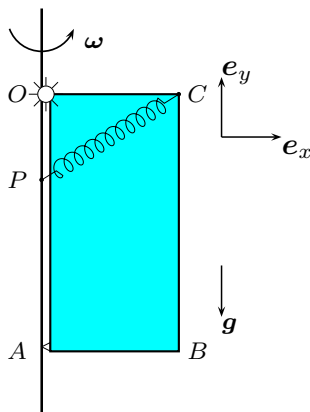


Fig. 2

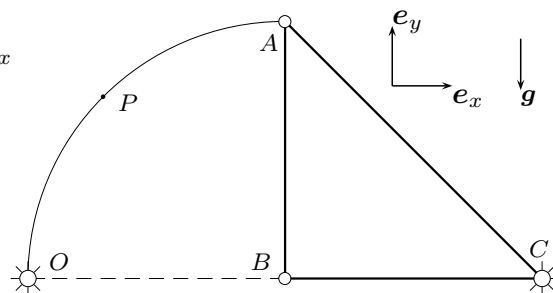


Fig. 3