Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
23 febbraio 2006

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La seconda parte della ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2 *ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO

QUESITI

Q1. *Dati i tensori* $\mathbf{A} = \boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_y$ *e* $\mathbf{B} = \boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_z + \boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x$, *ed il vettore* $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y - 2\boldsymbol{e}_z$. *Calcolare* $(\mathbf{AB}\boldsymbol{v})^2 - \mathbf{A}\boldsymbol{v} \cdot \mathbf{B}\boldsymbol{v}$.

{5,-1,0}

Risposta
◯ 7 ◯ 10 ◯ 11 ◯ 14 ♠ 23 ◯ 26 ◯ 37 ◯ 40

Q2. *La struttura rigida riportata in Figura 2 è posta in un piano verticale ed è composta da tre aste omogenee rettilinee. L'asta* AB, *di lunghezza* $\sqrt{2}\ell$ *e massa* m, *e l'asta* AC *di lunghezza* $2\ell/\sqrt{3}$ *e massa* $2m$ *sono vincolate a terra da un carrello con retta d'azione verticale posto in* A, *alla stessa quota di* O *e a distanza* ℓ *da esso; l'asta* OB *verticale di lunghezza* ℓ *e massa* m *è incernierata a terra in* O. AB *e* AC *sono vincolate a* OB *da due cerniere poste in* B *e in* C, *rispettivamente. In* B *agisce una forza* $\boldsymbol{f} = -2mg\boldsymbol{e}_x$. *Determinare il modulo della sforzo assiale esercitato sulla struttura nel punto* P *di* OB, *posto a distanza* $\ell/4$ *da* B.

{5,-1,0}

Risposta
◯ $(\frac{9}{2} + 2\sqrt{3})mg$ ◯ $(\frac{19}{4} + 2\sqrt{3})mg$ ♠ $(\frac{9}{4} + \sqrt{3})mg$ ◯ $(\frac{3}{2} + \sqrt{3})mg$
◯ $(\frac{7}{4} + \sqrt{3})mg$ ◯ $(\frac{21}{4} + 2\sqrt{3})mg$ ◯ $(2 + \sqrt{3})mg$ ◯ $(5 + 2\sqrt{3})mg$

Q3. *Un corpo rigido di massa totale m compie un atto di moto in cui $\boldsymbol{v}_C$ è la velocità del centro di massa C del sistema, $\boldsymbol{v}_O$ è velocità di un altro suo punto O ed $\boldsymbol{\omega}$ la velocità angolare; siano, inoltre, $\mathbb{I}_C$ e $\mathbb{I}_O$ i tensori d'inerzia calcolati nei punti C ed O, rispettivamente. Quale fra le seguenti espressioni per il momento della quantità di moto $\boldsymbol{K}_O$ è* ***sempre*** *vera?*

{5,-1,0}

Risposta

- ◯ $\boldsymbol{K}_O = (C-O) \wedge m\boldsymbol{v}_C$
- ◯ $\boldsymbol{K}_O = (C-O) \wedge m\boldsymbol{v}_O$
- ◯ $\boldsymbol{K}_O = \frac{1}{2}mv_C^2 + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbb{I}_C\boldsymbol{\omega}$
- ◯ $\boldsymbol{K}_O = \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega}$
- ◯ $\boldsymbol{K}_O = \mathbb{I}_O\boldsymbol{\omega} + (C-O) \wedge m\boldsymbol{v}_C$
- ♠ $\boldsymbol{K}_O = \mathbb{I}_C\boldsymbol{\omega} + (C-O) \wedge m\boldsymbol{v}_C$
- ◯ $\boldsymbol{K}_O = \mathbb{I}_C\boldsymbol{\omega} + (C-O) \wedge m\boldsymbol{v}_O$
- ◯ Nessuna delle precedenti

Q4. *In un piano verticale, un disco omogeneo di massa m e raggio R è vincolato a rotolare senza strisciare lungo una guida orizzontale; un'asta AC di massa m e lunghezza $4R$ ha un estremo libero di ruotare attorno al centro C del disco, che è attratto verso un punto O fisso della guida orizzontale da una molla di costante elastica $mg/8R$ e lunghezza a riposo nulla. Una seconda molla di costante elastica $mg/2R$ e lunghezza a riposo nulla attrae il punto medio G dell'asta verso un punto posto sempre alla sua stessa quota di una guida verticale passante per O (Figura 1). Calcolare le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio con l'asta AC verticale con A sotto C*

{5,-1,0}

Risposta

◯ $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{14}(27 \pm \sqrt{309})\frac{g}{R}}$ ◯ $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{14}(38 \pm \sqrt{646})\frac{g}{R}}$ ◯ $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{7}(17 \pm \sqrt{37})\frac{g}{R}}$ ◯ $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{7}(15 \pm \sqrt{57})\frac{g}{R}}$

♠ $\frac{1}{2}\sqrt{2 \pm \sqrt{\frac{10}{7}}\frac{g}{R}}$ ◯ $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{14}(39 \pm \sqrt{597})\frac{g}{R}}$ ◯ $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{14}(45 \pm \sqrt{345})\frac{g}{R}}$ ◯ $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{14}(41 \pm \sqrt{505})\frac{g}{R}}$

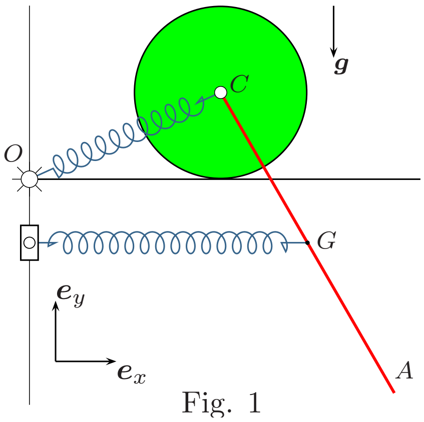

Fig. 1

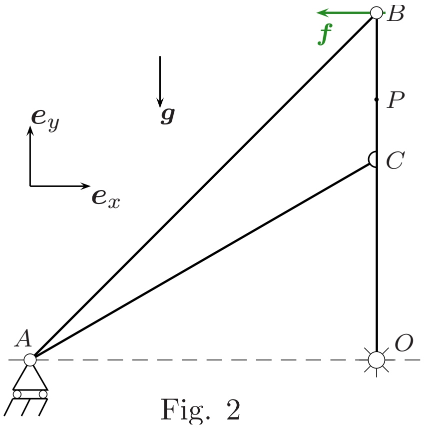

Fig. 2