

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
**Esame di Meccanica Razionale (Parte II)**  
23 settembre 2004

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La seconda parte della *prova* consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore**. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

**{E,NE,A}**

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

---

---

**ESITO** | |

---

---



---

---

**QUESITI**

---

---

**Q1.** Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 0, 1), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 1, 1), \\ \mathbf{v}_3 = \mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, \gamma, 1). \end{cases}$$

Per quale valore di  $\gamma$  il trinomio invariante  $\mathcal{I}$  assume valore 2?

**{5,-1,0}**

**Risposta**

$\gamma = -\frac{8}{3}$      $\gamma = -\frac{5}{2}$      $\gamma = \frac{7}{3}$      $\gamma = \frac{7}{4}$      $\gamma = \frac{9}{5}$      $\gamma = \frac{9}{7}$      $\gamma = \frac{15}{7}$      $\gamma = 2$

---

---

**Q2.** La struttura rigida chiusa riportata in Figura 1 è posta in un piano verticale ed è composta da tre aste omogenee rettilinee. L'asta  $OB$ , di massa  $2\sqrt{2}m$  e lunghezza  $2\ell\sqrt{2}$ , inclinata di  $\frac{\pi}{4}$  sull'orizzontale, è vincolata a terra tramite una cerniera posta in  $O$ ; l'asta  $AC$ , di massa trascurabile e lunghezza  $\ell\sqrt{2}$ , è incernierata a terra nel punto  $A$  posto alla stessa quota di  $O$ , a distanza  $2\ell$  da esso, ed è incernierata all'altro estremo nel punto medio  $C$  della prima asta; infine, l'asta verticale  $AD$  di massa trascurabile e lunghezza  $3\ell$  è incernierata a terra in  $A$  ed è vincolata alla prima asta da un carrello posto in  $B$ . Su  $AD$  e  $AC$  agiscono due coppie di momento

$\mathbf{M}_1 = -2\sqrt{2}mgle_z$  e  $\mathbf{M}_2 = 3\sqrt{2}mgle_z$ , rispettivamente. Determinare il modulo  $|N|$  dell'azione assiale agente in  $AB$  nel punto  $O$  dell'asta  $OB$ .

{5,-1,0}

**Risposta**

- $|N| = 2mg$       $|N| = 4mg$       $|N| = 6mg$       $|N| = 8mg$   
  $|N| = \sqrt{2}mg$       $|N| = 2\sqrt{2}mg$       $|N| = 3\sqrt{2}mg$       $|N| = 4\sqrt{2}mg$

**Q3.** In un piano verticale, un disco omogeneo di massa  $2m$  e raggio  $R$  rotola senza strisciare su una guida orizzontale fissa, e il suo centro  $C$  è attratto verso un punto  $O$  sulla guida da una molla avente lunghezza a riposo nulla e costante elastica  $k = 3\frac{mg}{R}$ . Un'asta di massa  $3m$  e lunghezza  $2R$  ha un estremo incernierato in  $C$  e l'altro estremo  $B$  appoggiato senza attrito sulla guida (Figura 2). A partire da un dato istante, il disco inizia a muoversi con velocità  $\mathbf{v} = v_0\mathbf{e}_x$ , con  $C$  sulla verticale per  $O$ . Qual è il valore limite di  $v_0$  compatibile con il contatto dell'asta in  $B$  durante il moto?

{5,-1,0}

**Risposta**

- $\sqrt{6gR}$       $\sqrt{7gR}$       $\sqrt{15gR}$       $\sqrt{\frac{9}{2}gR}$       $\sqrt{\frac{33}{4}gR}$       $\sqrt{\frac{39}{2}gR}$       $\sqrt{\frac{21}{4}gR}$       $\sqrt{\frac{51}{4}gR}$

**Q4.** In un riferimento cartesiano ortogonale  $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ , la configurazione indeformata di una verga euleriana di rigidezza flessionale  $B = 70pl^2$  è il segmento  $0 \leq x \leq \ell$  (Figura 3). La verga è vincolata in  $x = 0$  mediante un pattino verticale e in  $x = \ell$  mediante un carrello orizzontale, ed è soggetta ad un sistema di forze distribuite la cui densità per unità di lunghezza è  $\mathbf{f} = -2\frac{p}{\ell}\mathbf{e}_y$ . Dire quale sarà lo spostamento in direzione verticale in  $x = 0$ , nell'approssimazione di piccole deflessioni.

{5,-1,0}

**Soluzione**

- $y(0) = -\frac{1}{72}\ell$       $y(0) = -\frac{1}{90}\ell$       $y(0) = -\frac{1}{96}\ell$       $y(0) = -\frac{1}{120}\ell$   
  $y(0) = -\frac{1}{128}\ell$       $y(0) = -\frac{1}{136}\ell$       $y(0) = -\frac{1}{168}\ell$       $y(0) = -\frac{1}{240}\ell$

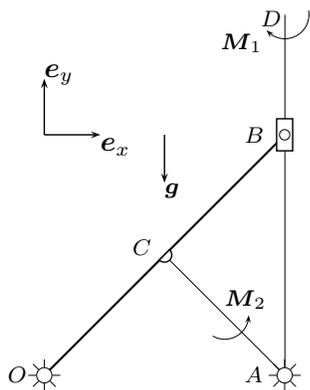


Fig. 1

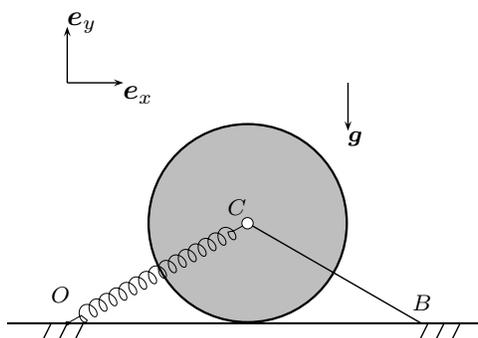


Fig. 2

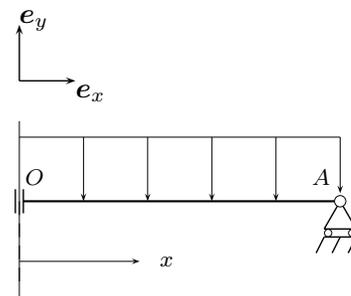


Fig. 3