

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte I)
24 giugno 2004

Il **candidato** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La **prova** consta di 4 Quesiti e durerà **2 ore**. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO | | |

QUESITI

Q1. Trovare la torsione della curva

$$p(t) - O = 2e^{2t} \mathbf{e}_x - \left(\frac{1}{3}t^3 + t\right) \mathbf{e}_y + t^2 \mathbf{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{5,-1,0}

Risposta

$\bigcirc \tau = -\frac{4}{21}$ $\bigcirc \tau = \frac{24}{129}$ $\bigcirc \tau = \frac{4}{33}$ $\bigcirc \tau = -\frac{92}{257}$ $\bigcirc \tau = -\frac{4}{11}$ $\bigcirc \tau = \frac{2}{7}$ $\bigcirc \tau = -\frac{1}{7}$ $\bigcirc \tau = -\frac{11}{21}$

Q2. Il poligono $ABCDE$ è stato ottenuto asportando il triangolo rettangolo isoscele OAE di lato ℓ dalla lamina quadrata omogenea $OBCD$ di lato 2ℓ e massa $2m$. Una seconda lamina quadrata $AEFH$ di lato $\ell\sqrt{2}$ e massa $\frac{m}{4}$ è saldata al poligono lungo il lato AE , come indicato in Figura 1. Determinare il momento di inerzia della lamina complessiva rispetto ad un asse passante per il punto Q di incontro delle diagonali di $OBCD$, ortogonale al piano della figura.

{5,-1,0}

Soluzione

$\bigcirc I_Q = \frac{9m\ell^2}{8}$ $\bigcirc I_Q = \frac{27m\ell^2}{16}$ $\bigcirc I_Q = \frac{95m\ell^2}{6}$ $\bigcirc I_Q = \frac{9m\ell^2}{4}$

$$\bigcirc I_Q = \frac{81m\ell^2}{32} \quad \bigcirc I_Q = \frac{5m\ell^2}{3} \quad \bigcirc I_Q = \frac{53m\ell^2}{6} \quad \bigcirc I_Q = \frac{41m\ell^2}{6}$$

Q3. La struttura articolata riportata in Figura 2 è formata da due aste rettilinee omogenee: AB di peso $2\sqrt{2}p$ e lunghezza ℓ ; BC di peso trascurabile e lunghezza 2ℓ . Le aste sono incernierate nel punto comune B , formano un angolo di $\pi/2$ e sono inclinate di $\pi/4$ sull'orizzontale. L'asta AB è vincolata a terra da un carrello in A mentre BC è incastrata in C . Infine, su BC agisce una coppia di momento $M = 3p\ell e_z$. Calcolare la coppia Ψ sviluppata dall'incastro in C .

{5,-1,0}

Soluzione

$$\begin{aligned} \bigcirc \Psi = -5p\ell e_z & \quad \bigcirc \Psi = -\frac{5}{8}p\ell e_z & \quad \bigcirc \Psi = -6p\ell e_z & \quad \bigcirc \Psi = -8p\ell e_z \\ \bigcirc \Psi = -7p\ell e_z & \quad \bigcirc \Psi = -\frac{7}{3}p\ell e_z & \quad \bigcirc \Psi = -4p\ell e_z & \quad \bigcirc \Psi = -11p\ell e_z \end{aligned}$$

Q4. In un piano verticale, un filo omogeneo OA di peso specifico costante descrive all'equilibrio l'arco di catenaria

$$y(x) = \frac{x_0}{2} \left[\cosh\left(\frac{2x}{x_0} - \ln\sqrt{2}\right) - \cosh(\ln\sqrt{2}) \right]$$

delimitato dall'origine O e dal punto A di ascissa $x_A = x_0 \ln\sqrt{3}$ (Figura 3). Trovare l'ascissa x_G del centro di massa di OA .

{5,-1,0}

Soluzione

$$\begin{aligned} \bigcirc x_G = \frac{14 \ln 2 - 3}{4} x_0 & \quad \bigcirc x_G = \frac{30 \ln \sqrt{3} - 7}{12} x_0 & \quad \bigcirc x_G = \frac{13 \ln 3 - 4}{3} x_0 & \quad \bigcirc x_G = x_0 \ln 2 \\ \bigcirc x_G = \frac{77 \ln 3 - 20}{27} x_0 & \quad \bigcirc x_G = \frac{7 \ln \sqrt{3} - 1}{10} x_0 & \quad \bigcirc x_G = \frac{\ln \sqrt{3} + \frac{1}{2}}{5} x_0 & \quad \bigcirc x_G = \frac{31 \ln \sqrt{3} - \frac{21}{2}}{27} x_0 \end{aligned}$$

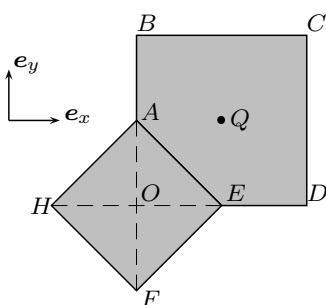


Fig. 1

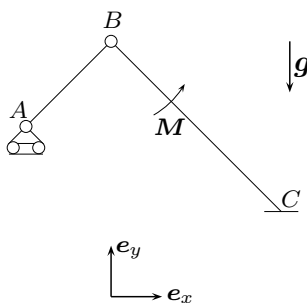


Fig. 2

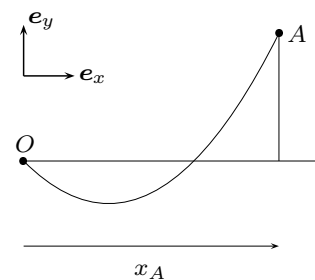


Fig. 3