

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
24 giugno 2004

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La seconda parte della *prova* consta di 4 Quesiti e durerà 2 ore. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

ESITO									
--------------	--	--	--	--	--	--	--	--	--

QUESITI

Q1. Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 1, 0), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 1, -1), \\ \mathbf{v}_3 = -\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 1, 2). \end{cases}$$

Calcolare il valore del trinomio invariante \mathcal{I} .

{5,-1,0}

Risposta

$\mathcal{I} = 7$ $\mathcal{I} = 11$ $\mathcal{I} = 12$ $\mathcal{I} = -6$ $\mathcal{I} = -15$ $\mathcal{I} = -16$ $\mathcal{I} = -24$ $\mathcal{I} = -32$

Q2. Le configurazioni di un sistema scleronomo a tre gradi di libertà sono descritte dalle coordinate lagrangiane $\{q_1, q_2, q_3\}$. Quale fra le seguenti espressioni è l'unica ammissibile per l'energia cinetica totale del sistema?

{5,-1,0}

Risposta

$T = \dot{q}_1 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^4$ $T = \dot{q}_1^2 - 2\dot{q}_2^2 + 4\dot{q}_3^4$ $T = \dot{q}_1^2 - 2\dot{q}_2^2 - 3\dot{q}_1\dot{q}_2 + 4\dot{q}_3^4$ $T = \dot{q}_1^2 - \dot{q}_2^2 + 4\dot{q}_3^2$
 $T = \dot{q}_1 + \dot{q}_2^2 - 3\dot{q}_1 + \dot{q}_3^4$ $T = 2\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_2^2 - \dot{q}_1\dot{q}_2 + \dot{q}_3^2$ $T = \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 - \dot{q}_3^2$ $T = \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3$

Q3. In un piano verticale, un'asta AB orizzontale è vincolata a traslare in direzione e_y ; ad un sostegno verticale r privo di attrito e solidale con essa viene appoggiato l'estremo C di una seconda asta di massa $\frac{m}{2}$ e lunghezza ℓ . L'altro estremo O dell'asta è incernierato in un punto di AB , in modo che l'angolo relativo fra le due aste sia $\frac{\pi}{6}$. Una molla di costante elastica $\frac{mg}{\ell}$ e lunghezza a riposo nulla attrae il punto medio G di OC verso il punto P di r posto alla stessa quota di G (Figura 2). All'istante $t = 0$, l'asta AB inizia a muoversi con un moto descritto dall'equazione $y(t) = \beta \ell \sin(\omega t)$, dove y indica l'ordinata di O e $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$. Se l'asta OC si trova inizialmente in quiete relativa, qual è il valore limite di β compatibile con il contatto in C durante tutto il moto?

{5,-1,0}

Risposta

- $\beta = \frac{5}{2}$ $\beta = \frac{5}{3}$ $\beta = \frac{5}{4}$ $\beta = 5$ $\beta = \frac{3}{2}$ $\beta = \frac{7}{3}$ $\beta = \frac{7}{4}$ $\beta = 3$

Q4. In un piano verticale, un'asta OA omogenea di lunghezza ℓ e massa $6m$ ha l'estremo O vincolato a ruotare attorno ad un punto fisso; una seconda asta di uguale lunghezza e massa trascurabile ha un estremo incernierato in A e reca saldato all'altro estremo P un corpo puntiforme di massa $2m$. Una molla di lunghezza a riposo nulla e costante elastica $\gamma \frac{mg}{\ell}$ è vincolata a rimanere verticale e attrae il punto A verso una guida orizzontale posta alla stessa quota di O (vedi Figura 1). Per quale valore di γ il prodotto fra le pulsazioni delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio stabile con l'asta OA verticale assume valore $\frac{g}{\ell}$?

{5,-1,0}

Risposta

- $\gamma = 1$ $\gamma = 2$ $\gamma = 3$ $\gamma = 4$ $\gamma = \frac{1}{2}$ $\gamma = \frac{5}{2}$ $\gamma = \frac{35}{6}$ $\gamma = \frac{17}{4}$

