

UNIVERSITÀ DI PAVIA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
**Esame di Meccanica Razionale (Parte II)**  
24 giugno 2004

Il **candidato** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La seconda parte della **prova** consta di **4** Quesiti e durerà **2 ore**. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La **risposta** a ciascuno di essi va scelta **esclusivamente** tra quelle già date nel testo, annerendo **un solo** circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

**{E,NE,A}**

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

---

---

**ESITO** | |

---

---



---

---

**QUESITI**

---

---

**Q1.** Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 1, 0), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 1, -1), \\ \mathbf{v}_3 = -\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 1, 2). \end{cases}$$

Calcolare il valore del trinomio invariante  $\mathcal{I}$ .

**{5,-1,0}**

**Risposta**

$\mathcal{I} = 7$      $\mathcal{I} = 11$      $\mathcal{I} = 12$      $\mathcal{I} = -6$      $\mathcal{I} = -15$      $\mathcal{I} = -16$      $\mathcal{I} = -24$      $\mathcal{I} = -32$

---

---

**Q2.** Le configurazioni di un sistema scleronomo a tre gradi di libertà sono descritte dalle coordinate lagrangiane  $\{q_1, q_2, q_3\}$ . Quale fra le seguenti espressioni è l'unica ammissibile per l'energia cinetica totale del sistema?

**{5,-1,0}**

**Risposta**

$T = \dot{q}_1 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^4$      $T = \dot{q}_1^2 - 2\dot{q}_2^2 + 4\dot{q}_3^4$      $T = \dot{q}_1^2 - 2\dot{q}_2^2 - 3\dot{q}_1\dot{q}_2 + 4\dot{q}_3^4$      $T = \dot{q}_1^2 - \dot{q}_2^2 + 4\dot{q}_3^2$   
  $T = \dot{q}_1 + \dot{q}_2^2 - 3\dot{q}_1 + \dot{q}_3^4$      $T = 2\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_2^2 - \dot{q}_1\dot{q}_2 + \dot{q}_3^2$      $T = \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 - \dot{q}_3^2$      $T = \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3$

**Q3.** In un piano verticale, un'asta  $AB$  orizzontale è vincolata a traslare in direzione  $e_y$ ; ad un sostegno verticale  $r$  privo di attrito e solidale con essa viene appoggiato l'estremo  $C$  di una seconda asta di massa  $\frac{m}{2}$  e lunghezza  $\ell$ . L'altro estremo  $O$  dell'asta è incernierato in un punto di  $AB$ , in modo che l'angolo relativo fra le due aste sia  $\frac{\pi}{6}$ . Una molla di costante elastica  $\frac{mg}{\ell}$  e lunghezza a riposo nulla attrae il punto medio  $G$  di  $OC$  verso il punto  $P$  di  $r$  posto alla stessa quota di  $G$  (Figura 2). All'istante  $t = 0$ , l'asta  $AB$  inizia a muoversi con un moto descritto dall'equazione  $y(t) = \beta \ell \sin(\omega t)$ , dove  $y$  indica l'ordinata di  $O$  e  $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$ . Se l'asta  $OC$  si trova inizialmente in quiete relativa, qual è il valore limite di  $\beta$  compatibile con il contatto in  $C$  durante tutto il moto?

{5,-1,0}

**Risposta**

- $\beta = \frac{5}{2}$   
  $\beta = \frac{5}{3}$   
  $\beta = \frac{5}{4}$   
  $\beta = 5$   
  $\beta = \frac{3}{2}$   
  $\beta = \frac{7}{3}$   
  $\beta = \frac{7}{4}$   
  $\beta = 3$

**Q4.** In un piano verticale, un'asta  $OA$  omogenea di lunghezza  $\ell$  e massa  $6m$  ha l'estremo  $O$  vincolato a ruotare attorno ad un punto fisso; una seconda asta di uguale lunghezza e massa trascurabile ha un estremo incernierato in  $A$  e reca saldato all'altro estremo  $P$  un corpo puntiforme di massa  $2m$ . Una molla di lunghezza a riposo nulla e costante elastica  $\gamma \frac{mg}{\ell}$  è vincolata a rimanere verticale e attrae il punto  $A$  verso una guida orizzontale posta alla stessa quota di  $O$  (vedi Figura 1). Per quale valore di  $\gamma$  il prodotto fra le pulsazioni delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio stabile con l'asta  $OA$  verticale assume valore  $\frac{g}{\ell}$ ?

{5,-1,0}

**Risposta**

- $\gamma = 1$   
  $\gamma = 2$   
  $\gamma = 3$   
  $\gamma = 4$   
  $\gamma = \frac{1}{2}$   
  $\gamma = \frac{5}{2}$   
  $\gamma = \frac{35}{6}$   
  $\gamma = \frac{17}{4}$

