UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
24 giugno 2004

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La seconda parte della ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2** ***ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO | |

QUESITI

Q1. *Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = 2\boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,1,0), \\ \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0,1,-1), \\ \boldsymbol{v}_3 = -\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1,1,2). \end{cases}$$

Calcolare il valore del trinomio invariante $\mathcal{I}$.

{5,-1,0}

Risposta
◯ $\mathcal{I} = 7$ ◯ $\mathcal{I} = 11$ ◯ $\mathcal{I} = 12$ ◯ $\mathcal{I} = -6$ ◯ $\mathcal{I} = -15$ ◯ $\mathcal{I} = -16$ ♣ $\mathcal{I} = -24$ ◯ $\mathcal{I} = -32$

Q2. *Le configurazioni di un sistema scleronomo a tre gradi di libertà sono descritte dalle coordinate lagrangiane* $\{q_1, q_2, q_3\}$. *Quale fra le seguenti espressioni è l'unica ammissibile per l'energia cinetica totale del sistema?*

{5,-1,0}

Risposta
◯ $T = \dot{q}_1 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^4$ ◯ $T = \dot{q}_1^2 - 2\dot{q}_2^2 + 4\dot{q}_3^4$ ◯ $T = \dot{q}_1^2 - 2\dot{q}_2^2 - 3\dot{q}_1\dot{q}_2 + 4\dot{q}_3^4$ ◯ $T = \dot{q}_1^2 - \dot{q}_2^2 + 4\dot{q}_3^2$
◯ $T = \dot{q}_1 + \dot{q}_2^2 - 3\dot{q}_1 + \dot{q}_3^4$ ♣ $T = 2\dot{q}_1^2 + 2\dot{q}_2^2 - \dot{q}_1\dot{q}_2 + \dot{q}_3^2$ ◯ $T = q_1^2 + \dot{q}_2^2 - q_3^2$ ◯ $T = \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2 + \dot{q}_3$

Q3. *In un piano verticale, un'asta AB orizzontale è vincolata a traslare in direzione $\boldsymbol{e}_y$; ad un sostegno verticale r privo di attrito e solidale con essa viene appoggiato l'estremo C di una seconda asta di massa $\frac{m}{2}$ e lunghezza ℓ. L'altro estremo O dell'asta è incernierato in un punto di AB, in modo che l'angolo relativo fra le due aste sia $\frac{\pi}{6}$. Una molla di costante elastica $\frac{mg}{\ell}$ e lunghezza a riposo nulla attrae il punto medio G di OC verso il punto P di r posto alla stessa quota di G (Figura 2). All'istante $t = 0$, l'asta AB inizia a muoversi con un moto descritto dall'equazione $y(t) = \beta\ell\sin(\omega t)$, dove y indica l'ordinata di O e $\omega = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$. Se l'asta OC si trova inizialmente in quiete relativa, qual è il valore limite di β compatibile con il contatto in C durante tutto il moto?*

{5,-1,0}

Risposta

○ $\beta = \frac{5}{2}$ ○ $\beta = \frac{5}{3}$ ○ $\beta = \frac{5}{4}$ ○ $\beta = 5$ ♣ $\beta = \frac{3}{2}$ ○ $\beta = \frac{7}{3}$ ○ $\beta = \frac{7}{4}$ ○ $\beta = 3$

Q4. *In un piano verticale, un'asta OA omogenea di lunghezza ℓ e massa $6m$ ha l'estremo O vincolato a ruotare attorno ad un punto fisso; una seconda asta di uguale lunghezza e massa trascurabile ha un estremo incernierato in A e reca saldato all'altro estremo P un corpo puntiforme di massa $2m$. Una molla di lunghezza a riposo nulla e costante elastica $\gamma\frac{mg}{\ell}$ è vincolata a rimanere verticale e attrae il punto A verso una guida orizzontale posta alla stessa quota di O (vedi Figura 1). Per quale valore di γ il prodotto fra le pulsazioni delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione di equilibrio stabile con l'asta OA verticale assume valore $\frac{g}{\ell}$?*

{5,-1,0}

Risposta

○ $\gamma = 1$ ○ $\gamma = 2$ ♣ $\gamma = 3$ ○ $\gamma = 4$ ○ $\gamma = \frac{1}{2}$ ○ $\gamma = \frac{5}{2}$ ○ $\gamma = \frac{35}{6}$ ○ $\gamma = \frac{17}{4}$

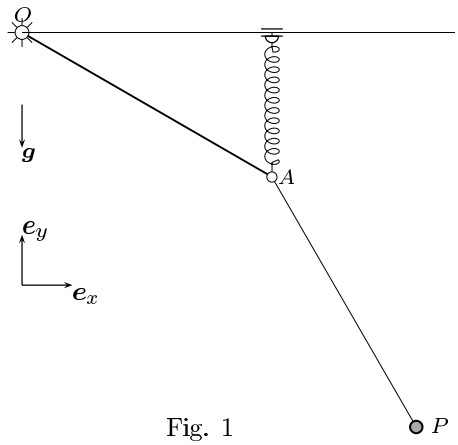

Fig. 1

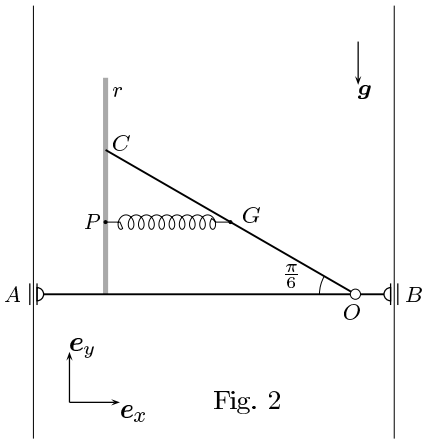

Fig. 2