Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica Razionale (Parte II)

25 settembre 2003

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il propro Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La seconda parte della ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2** ***ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

QUESITI

Q1. *Dati i tensori* $\mathbf{A} = 2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x + 2\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z - \boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z$, $\mathbf{B} = -\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_y + 2\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_x$ *e* $\mathbf{C} = \boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_z + \boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_y$ *calcolare* $\mathbf{ABC}$.

{5,-1,0}

Risposta

◯ $3\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x - 4\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z + 2\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z$ ◯ $3\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x + 4\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z - 2\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z$
◯ $-3\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x - 4\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z + 2\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z$ ◯ $-3\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x + 4\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z - 2\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z$
♠ $-2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x + 4\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z - 2\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z$ ◯ $2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x + 4\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z - 2\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z$
◯ $-2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x - 4\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z + 2\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z$ ◯ $2\boldsymbol{e}_x \otimes \boldsymbol{e}_x - 4\boldsymbol{e}_y \otimes \boldsymbol{e}_z + 2\boldsymbol{e}_z \otimes \boldsymbol{e}_z$

Q2. *Un sistema $\mathcal{B}$ è formato da n corpi rigidi interagenti e vincolati reciprocamente nello spazio tridimensionale ($n > 1$). Sia $\mathcal{F}$ un sistema di forze attive applicate in diversi punti del sistema. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?*

{5,-1,0}

Risposta

◯ Se i punti di applicazione di $\mathcal{F}$ giacciono in un piano, il trinomio invariante del sistema $\mathcal{F}$ è nullo.
◯ Se il risultante di $\mathcal{F}$ è nullo, esiste l'asse centrale del sistema $\mathcal{F}$.
◯ Se i vincoli sono perfetti, il momento totale delle forze vincolari è nullo.

○ Se il trinomio invariante del sistema $\mathcal{F}$ è nullo, il risultante del sistema $\mathcal{F}$ è sempre nullo.
○ Se il trinomio invariante del sistema $\mathcal{F}$ è nullo, esiste sempre una retta passante per O rispetto ai punti della quale il momento del sistema $\mathcal{F}$ è nullo.
♠ Se il momento del sistema $\mathcal{F}$ rispetto ad un polo O è nullo, esiste una retta passante per O rispetto ai punti della quale il momento del sistema $\mathcal{F}$ è nullo.

Q3.*In una lamina omogenea piana quadrata $ABCD$ di massa $2\sqrt{3}m$ e lato $6R$ viene praticato un foro circolare di raggio R avente il centro O distante $2R$ dai lati AB e AD (Figura 1). Per il corpo così ottenuto, calcolare la differenza $\Delta\mathcal{I}$ fra il momento d'inerzia rispetto all'asse diagonale AC e quello rispetto all'asse diagonale BD.*

{5,-1,0}

Risposta

○ $\Delta\mathcal{I} = \frac{\pi\sqrt{3}}{8}mR^2$ ○ $\Delta\mathcal{I} = \frac{\pi}{3}mR^2$ ○ $\Delta\mathcal{I} = \frac{2\pi\sqrt{3}}{3}mR^2$ ♠ $\Delta\mathcal{I} = \frac{\pi\sqrt{3}}{9}mR^2$
○ $\Delta\mathcal{I} = \frac{2\pi}{25}mR^2$ ○ $\Delta\mathcal{I} = \frac{18\pi}{25}mR^2$ ○ $\Delta\mathcal{I} = \frac{3\pi}{16}mR^2$ ○ $\Delta\mathcal{I} = \frac{3\pi}{4}mR^2$

Q4.*In un piano verticale, una lamina omogenea di massa αm con forma di triangolo rettangolo di cateti $AB = 3\sqrt{3}R$ e $AC = 3R$ ha il lato AB vincolato a scorrere su una guida orizzontale. Una molla di massa trascurabile e lunghezza a riposo nulla, avente costante elastica $\frac{mg}{R}$, attrae il vertice A verso un punto fisso alla stessa quota. Sull'ipotenusa della lamina si può muovere, con vincolo di puro rotolamento, un disco omogeneo di massa $2m$ e raggio R, il cui centro O è soggetto alla forza di una seconda molla di massa trascurabile e lunghezza a riposo nulla, avente costante elastica $3\frac{mg}{R}$, disposta parallelamente a BC e fissata ad un sostegno ortogonale ad esso in C (vedi Figura 2). Dire a quale valore tende la media aritmetica delle pulsazioni delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile quando $\alpha \to \infty$.*

{5,-1,0}

Risposta

○ $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{g}{R}}$ ○ $\sqrt{\frac{1}{3}}\sqrt{\frac{g}{R}}$ ♠ $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{R}}$ ○ $\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{g}{R}}$
○ $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{3}}\sqrt{\frac{g}{R}}$ ○ $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{g}{R}}$ ○ $\sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{g}{R}}$ ○ $\sqrt{\frac{1}{6}}\sqrt{\frac{g}{R}}$

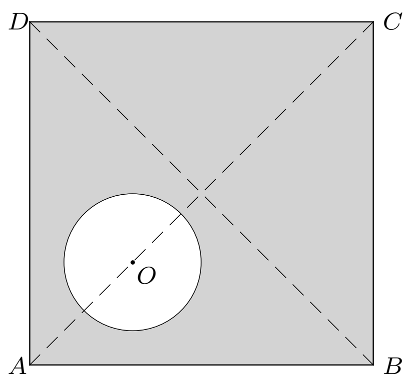

Fig. 1

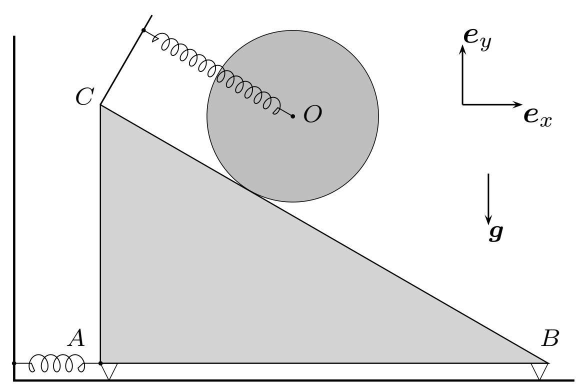

Fig. 2