

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

Per i quesiti a risposta chiusa, la *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato  $\{\mathbf{E}, \mathbf{NE}, \mathbf{A}\}$  dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

**ESITO** | | |

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.

FIRMA:

**QUESITI A RISPOSTA CHIUSA**

**QC1.** Trovare la torsione  $\tau$  della curva

$$p(t) - O = \sin(t)e_x + 3(1 + t^3)e_y + 2 \cos(t)e_z$$

nel punto corrispondente a  $t = 0$ .

**{6,-1,0}**

*Risposta*

- $\tau = -\frac{3}{4}$      $\tau = -\frac{3}{2}$      $\tau = -3$      $\tau = -6$      $\tau = -9$      $\tau = -12$

**QC2.** Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = e_x + 3e_y - e_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 1, 0), \\ \mathbf{v}_2 = 2e_x - 2e_y - e_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 1, -1), \\ \mathbf{v}_3 = -e_x + e_y + e_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, 2, 2). \end{cases}$$

Calcolare il valore del trinomio invariante  $\mathcal{I}$ .

**{6,-1,0}**

*Risposta*

- $\mathcal{I} = -3$      $\mathcal{I} = -12$      $\mathcal{I} = -16$      $\mathcal{I} = -19$      $\mathcal{I} = -20$      $\mathcal{I} = -24$

**QC3.** Ad una lamina quadrata  $ABCD$  piana di massa  $m$  e lato  $4\ell$  vengono saldate due lamine quadrate di massa  $3m$  e lato  $\ell$  ciascuna, come in figura (Figura 1). Calcolare il momento di inerzia  $I_{AC}$  del corpo piano così ottenuto rispetto all'asse  $AC$ .

**{6,-1,0}**

*Risposta*

- $I_{AC} = \frac{38}{3}m\ell^2$      $I_{AC} = \frac{56}{3}m\ell^2$      $I_{AC} = \frac{74}{3}m\ell^2$      $I_{AC} = \frac{82}{3}m\ell^2$      $I_{AC} = \frac{86}{3}m\ell^2$      $I_{AC} = \frac{130}{3}m\ell^2$

---



---

## QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

---



---

**QA1.** In un piano verticale, un disco omogeneo di massa  $m$  e raggio  $R$  è vincolato a rotolare senza strisciare lungo una guida orizzontale; nel centro  $C$  del disco è incernierato l'estremo di un'asta omogenea di lunghezza  $4R$  e massa  $m$ ; l'altro estremo  $A$  dell'asta è libero di scorrere lungo una guida verticale. Una molla ideale di costante elastica  $mg/R$  attrae  $C$  verso il punto  $O$  di incontro delle guide. Utilizzando la coordinata lagrangiana  $\vartheta$ , indicata in figura (Figura 2), determinare:

**QA1.1** l'espressione di  $T_a$  e  $T_d$ , energia cinetiche dell'asta **{1,0,0}** e del disco **{2,0,0}**;

**QA1.2** l'espressione di  $V$ , energia potenziale totale del sistema **{3,0,0}**;

**QA1.3** la pulsazione  $\omega$  delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione d'equilibrio stabile con  $\vartheta = 0$ . **{3,0,0}**

---

**QA2.** La struttura rigida in Figura 3 è composta da 3 aste rettilinee omogenee:  $OB$ , verticale, di lunghezza  $\sqrt{3}\ell$  e massa trascurabile, vincolata a terra da una cerniera in  $O$ ;  $AB$ , di lunghezza  $2\ell$  e massa  $m$ , incernierata alla prima in  $B$ , e vincolata da un carrello a terra in  $A$ , alla stessa quota di  $O$ , a distanza  $\ell$  da questo punto;  $CO'$ , orizzontale, di lunghezza  $\ell/2$  e massa  $m$ , incernierata a terra in  $O'$  ed all'asta  $AB$  nel suo punto medio. In  $B$  è applicata una forza  $\mathbf{f} = \sqrt{3}mg\mathbf{e}_x$ .

**QA2.1** Calcolare il modulo  $N$  dello sforzo assiale (o normale) nel punto medio di  $OB$ . **{3,0,0}**

**QA2.2** Calcolare il modulo  $T$  dello sforzo di taglio nel punto medio di  $CO'$ . **{3,0,0}**

**QA2.3** Calcolare il modulo  $M_f$  del momento flettente nel punto medio di  $AB$ . **{3,0,0}**

---

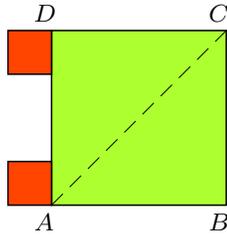


Fig. 1

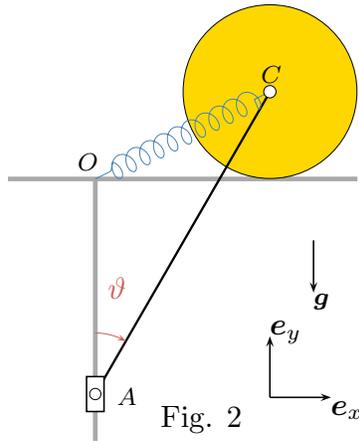


Fig. 2

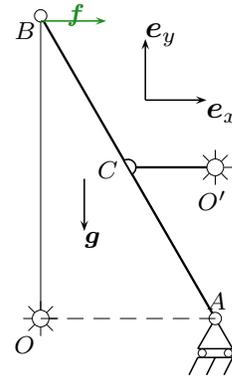


Fig. 3

**QA1.1**  $T = \frac{8}{3}mR^2\dot{\vartheta}^2 + 12mR^2\dot{\vartheta}^2 \cos^2 \vartheta$

**QA1.2**  $V = -2mgR \cos \vartheta + 8mgR \sin^2 \vartheta$

**QA1.3**  $\frac{3\sqrt{33}}{22} \sqrt{\frac{g}{R}}$

**QA2.1**  $N = \frac{3}{4}mg$ .    **QA2.2**  $T = 0$     **QA2.3**  $M_f = mgl$ .