Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria
Esame di Meccanica Razionale - *25 settembre 2009*

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. *Trovare la torsione τ della curva*

$$p(t) - O = \sin(t)\boldsymbol{e}_x + 2(1+t^3)\boldsymbol{e}_y + \cos(t)\boldsymbol{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta
◯ $\tau = -\frac{3}{4}$ ◯ $\tau = -\frac{3}{2}$ ◯ $\tau = -3$ ◯ $\tau = -6$ ◯ $\tau = -9$ ♣ $\tau = -12$

QC2. *Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = -\boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,1,0), \\ \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0,1,-1), \\ \boldsymbol{v}_3 = -\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1,1,2). \end{cases}$$

Calcolare il valore del trinomio invariante $\mathcal{I}$.

{6,-1,0}

Risposta
◯ $\mathcal{I} = -3$ ♣ $\mathcal{I} = -12$ ◯ $\mathcal{I} = -16$ ◯ $\mathcal{I} = -19$ ◯ $\mathcal{I} = -20$ ◯ $\mathcal{I} = -24$

QC3. *Ad una lamina quadrata $ABCD$ piana di massa $3m$ e lato 4ℓ vengono saldate due lamine quadrate di massa m e lato ℓ ciascuna, come in figura (Figura 1). Calcolare il momento di inerzia I_{AC} del corpo piano così ottenuto rispetto all'asse AC.*

{6,-1,0}

Risposta
♣ $I_{AC} = \frac{38}{3}m\ell^2$ ◯ $I_{AC} = \frac{56}{3}m\ell^2$ ◯ $I_{AC} = \frac{74}{3}m\ell^2$ ◯ $I_{AC} = \frac{82}{3}m\ell^2$ ◯ $I_{AC} = \frac{86}{3}m\ell^2$ ◯ $I_{AC} = \frac{130}{3}m\ell^2$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. *In un piano verticale, un disco omogeneo di massa m e raggio R è vincolato a rotolare senza strisciare lungo una guida orizzontale; nel centro C del disco è incernierato l'estremo di un'asta omogenea di lunghezza $4R$ e massa m; l'altro estremo A dell'asta è libero di scorrere lungo una guida verticale. Una molla ideale di costante elastica $2mg/R$ attrae C verso il punto O di incontro delle guide. Utilizzando la coordinata lagrangiana ϑ, indicata in figura (Figura 2), determinare:*

QA1.1 l'espressione di T_a e T_d, energia cinetiche dell'asta **{1,0,0}** e del disco **{2,0,0}**;

QA1.2 l'espressione di V, energia potenziale totale del sistema **{3,0,0}**;

QA1.3 la pulsazione ω delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione d'equilibrio stabile con $\vartheta = 0$. **{3,0,0}**

QA2. *La struttura rigida in Figura 3 è composta da 3 aste rettilinee omogenee: OB, verticale, di lunghezza $\sqrt{3}\ell$ e massa trascurabile, vincolata a terra da una cerniera in O; AB, di lunghezza 2ℓ e massa $3m$, incernierata alla prima in B, e vincolata da un carrello a terra in A, alla stessa quota di O, a distanza ℓ da questo punto; CO', orizzontale, di lunghezza $\ell/2$ e massa $2m$, incernierata a terra in O' ed all'asta AB nel suo punto medio. In B è applicata una forza $\boldsymbol{f} = \sqrt{3}mg\boldsymbol{e}_x$.*

QA2.1 Calcolare il modulo N dello sforzo assiale (o normale) nel punto medio di OB. **{3,0,0}**

QA2.2 Calcolare il modulo T dello sforzo di taglio nel punto medio di CO'. **{3,0,0}**

QA2.3 Calcolare il modulo M_f del momento flettente nel punto medio di AB. **{3,0,0}**

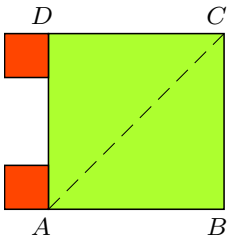

Fig. 1

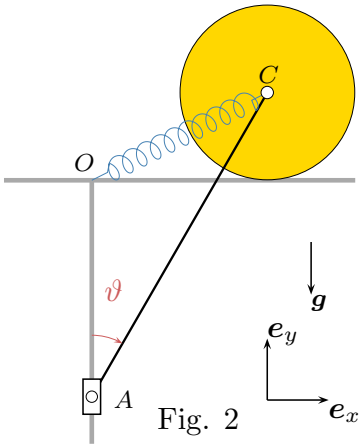

Fig. 2

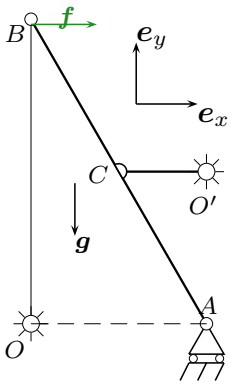

Fig. 3

QA1.1 $T = \frac{8}{3}mR^2\dot{\vartheta}^2 + 12mR^2\dot{\vartheta}^2\cos^2\vartheta$

QA1.2 $V = -2mgR\cos\vartheta + 16mgR\sin^2\vartheta$

QA1.3 $\frac{\sqrt{561}}{22}\sqrt{\frac{g}{R}}$

QA2.1 $N = \frac{1}{2}\,m\,g.$ **QA2.2** $T = 0$ **QA2.3** $\boldsymbol{M}_f = \frac{11}{8}\,m\,g\,\ell.$