

COGNOME

NOME

La **prova** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

Per i quesiti a risposta chiusa, la **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto $\bigcirc$. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. Trovare la torsione τ della curva

$$p(t) - O = \sin(t)e_x + 3(1+t^3)e_y + 3\cos(t)e_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

$\bigcirc \tau = -\frac{3}{4}$ $\bigcirc \tau = -\frac{3}{2}$ $\bigcirc \tau = -3$ $\clubsuit \tau = -6$ $\bigcirc \tau = -9$ $\bigcirc \tau = -12$

QC2. Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = 2\mathbf{e}_x + 3\mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 1, 0), \\ \mathbf{v}_2 = 2\mathbf{e}_x - 2\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0, 1, -1), \\ \mathbf{v}_3 = -\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1, -1, 2). \end{cases}$$

Calcolare il valore del trinomio invariante $\mathcal{I}$.

{6,-1,0}

Risposta

$\bigcirc \mathcal{I} = -3$ $\bigcirc \mathcal{I} = -12$ $\bigcirc \mathcal{I} = -16$ $\bigcirc \mathcal{I} = -19$ $\bigcirc \mathcal{I} = -20$ $\clubsuit \mathcal{I} = -24$

QC3. Ad una lamina quadrata $ABCD$ piana di massa $2m$ e lato 6ℓ vengono saldate due lamine quadrate di massa $2m$ e lato ℓ ciascuna, come in figura (Figura 1). Calcolare il momento di inerzia I_{AC} del corpo piano così ottenuto rispetto all'asse AC .

{6,-1,0}

Risposta

$\bigcirc I_{AC} = \frac{38}{3}m\ell^2$ $\bigcirc I_{AC} = \frac{56}{3}m\ell^2$ $\bigcirc I_{AC} = \frac{74}{3}m\ell^2$ $\bigcirc I_{AC} = \frac{82}{3}m\ell^2$ $\bigcirc I_{AC} = \frac{86}{3}m\ell^2$ $\clubsuit I_{AC} = \frac{130}{3}m\ell^2$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. In un piano verticale, un disco omogeneo di massa $3m$ e raggio R è vincolato a rotolare senza strisciare lungo una guida orizzontale; nel centro C del disco è incernierato l'estremo di un'asta omogenea di lunghezza $4R$ e massa m ; l'altro estremo A dell'asta è libero di scorrere lungo una guida verticale. Una molla ideale di costante elastica mg/R attrae C verso il punto O di incontro delle guide. Utilizzando la coordinata lagrangiana ϑ , indicata in figura (Figura 2), determinare:

QA1.1 l'espressione di T_a e T_d , energia cinetiche dell'asta $\{1,0,0\}$ e del disco $\{2,0,0\}$;

QA1.2 l'espressione di V , energia potenziale totale del sistema $\{3,0,0\}$;

QA1.3 la pulsazione ω delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione d'equilibrio stabile con $\vartheta = 0$. $\{3,0,0\}$

QA2. La struttura rigida in Figura 3 è composta da 3 aste rettilinee omogenee: OB , verticale, di lunghezza $\sqrt{3}\ell$ e massa trascurabile, vincolata a terra da una cerniera in O ; AB , di lunghezza 2ℓ e massa m , incernierata alla prima in B , e vincolata da un carrello a terra in A , alla stessa quota di O , a distanza ℓ da questo punto; CO' , orizzontale, di lunghezza $\ell/2$ e massa $2m$, incernierata a terra in O' ed all'asta AB nel suo punto medio. In B è applicata una forza $\mathbf{f} = 2\sqrt{3}mg\mathbf{e}_x$.

QA2.1 Calcolare il modulo N dello sforzo assiale (o normale) nel punto medio di OB . $\{3,0,0\}$

QA2.2 Calcolare il modulo T dello sforzo di taglio nel punto medio di CO' . $\{3,0,0\}$

QA2.3 Calcolare il modulo M_f del momento flettente nel punto medio di AB . $\{3,0,0\}$

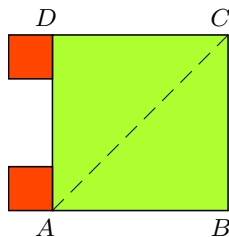


Fig. 1

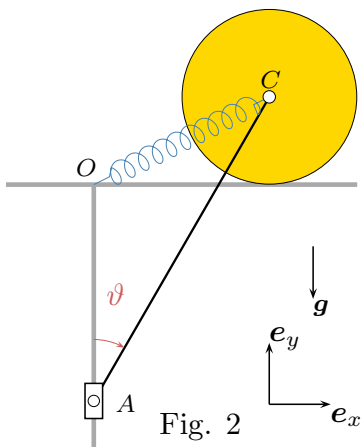


Fig. 2

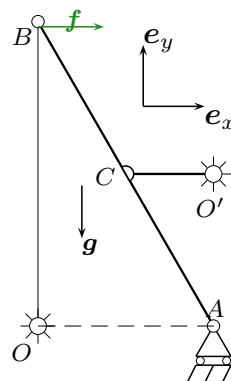


Fig. 3

QA1.1 $T = \frac{8}{3}mR^2\dot{\vartheta}^2 + 36mR^2\dot{\vartheta}^2 \cos^2 \vartheta$

QA1.2 $V = -2mgR \cos \vartheta + 8mgR \sin^2 \vartheta$

QA1.3 $\frac{3\sqrt{87}}{58} \sqrt{\frac{g}{R}}$

QA2.1 $N = 2mg.$ **QA2.2** $T = 0$ **QA2.3** $M_f = \frac{15}{8}mg\ell.$