Università di Pavia - Facoltà di Ingegneria

***Esame di Meccanica Razionale*** - *25 settembre 2009*

**COGNOME** **NOME**

La ***prova*** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
Per i quesiti a risposta chiusa, la ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

**ESITO** | | |

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

## QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

**QC1.** *Trovare la torsione $\tau$ della curva*

$$p(t) - O = 2\,\sin(t)\boldsymbol{e}_x + (1+t^3)\boldsymbol{e}_y + 4\cos(t)\boldsymbol{e}_z$$

*nel punto corrispondente a $t = 0$.*

**{6,-1,0}**

***Risposta***

♣ $\tau = -\frac{3}{4}$ ◯ $\tau = -\frac{3}{2}$ ◯ $\tau = -3$ ◯ $\tau = -6$ ◯ $\tau = -9$ ◯ $\tau = -12$

**QC2.** *Si consideri il seguente sistema di vettori applicati:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = \boldsymbol{e}_x + 3\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1,1,0), \\ \boldsymbol{v}_2 = 2\boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y - \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (0,1,-1), \\ \boldsymbol{v}_3 = -\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y + \boldsymbol{e}_z & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (1,1,2). \end{cases}$$

*Calcolare il valore del trinomio invariante $\mathcal{I}$.*

**{6,-1,0}**

***Risposta***

◯ $\mathcal{I} = -3$ ◯ $\mathcal{I} = -12$ ◯ $\mathcal{I} = -16$ ◯ $\mathcal{I} = -19$ ♣ $\mathcal{I} = -20$ ◯ $\mathcal{I} = -24$

**QC3.** *Ad una lamina quadrata $ABCD$ piana di massa $m$ e lato $4\ell$ vengono saldate due lamine quadrate di massa $2m$ e lato $\ell$ ciascuna, come in figura (Figura 1). Calcolare il momento di inerzia $I_{AC}$ del corpo piano così ottenuto rispetto all'asse $AC$.*

**{6,-1,0}**

***Risposta***

◯ $I_{AC} = \frac{38}{3}m\ell^2$ ♣ $I_{AC} = \frac{56}{3}m\ell^2$ ◯ $I_{AC} = \frac{74}{3}m\ell^2$ ◯ $I_{AC} = \frac{82}{3}m\ell^2$ ◯ $I_{AC} = \frac{86}{3}m\ell^2$ ◯ $I_{AC} = \frac{130}{3}m\ell^2$

## QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

**QA1.** *In un piano verticale, un disco omogeneo di massa $2m$ e raggio $R$ è vincolato a rotolare senza strisciare lungo una guida orizzontale; nel centro $C$ del disco è incernierato l'estremo di un'asta omogenea di lunghezza $4R$ e massa $m$; l'altro estremo $A$ dell'asta è libero di scorrere lungo una guida verticale. Una molla ideale di costante elastica $2mg/R$ attrae $C$ verso il punto $O$ di incontro delle guide. Utilizzando la coordinata lagrangiana $\vartheta$, indicata in figura (Figura 2), determinare:*

**QA1.1** l'espressione di $T_a$ e $T_d$, energia cinetiche dell'asta **{1,0,0}** e del disco **{2,0,0}**;

**QA1.2** l'espressione di $V$, energia potenziale totale del sistema **{3,0,0}**;

**QA1.3** la pulsazione $\omega$ delle piccole oscillazioni attorno alla configurazione d'equilibrio stabile con $\vartheta = 0$. **{3,0,0}**

**QA2.** *La struttura rigida in Figura 3 è composta da 3 aste rettilinee omogenee: $OB$, verticale, di lunghezza $\sqrt{3}\ell$ e massa trascurabile, vincolata a terra da una cerniera in $O$; $AB$, di lunghezza $2\ell$ e massa $2m$, incernierata alla prima in $B$ di questa, e vincolata da un carrello a terra in $A$, alla stessa quota di $O$, a distanza $\ell$ da questo punto; $CO'$, orizzontale, di lunghezza $\ell/2$ e massa $2m$, incernierata a terra in $O'$ ed all'asta $AB$ nel suo punto medio. In $B$ è applicata una forza $\boldsymbol{f} = 3\sqrt{3}mg\boldsymbol{e}_x$.*

**QA2.1** Calcolare il modulo $N$ dello sforzo assiale (o normale) nel punto medio di $OB$. **{3,0,0}**

**QA2.2** Calcolare il modulo $T$ dello sforzo di taglio nel punto medio di $CO'$. **{3,0,0}**

**QA2.3** Calcolare il modulo $M_f$ del momento flettente nel punto medio di $AB$. **{3,0,0}**

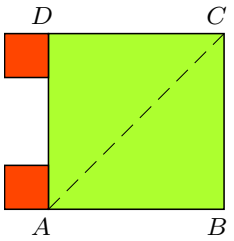


Fig. 1

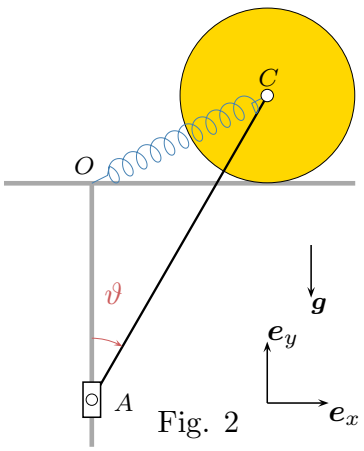


Fig. 2

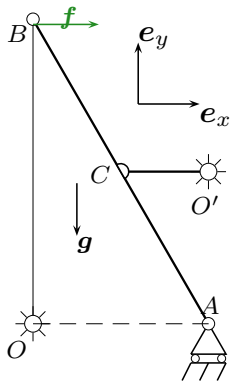


Fig. 3

**QA1.1** $T = \frac{8}{3}mR^2\dot{\vartheta}^2 + 24mR^2\dot{\vartheta}^2\cos^2\vartheta$

**QA1.2** $V = -2mgR\cos\vartheta + 16mgR\sin^2\vartheta$

**QA1.3** $\frac{\sqrt{255}}{20}\sqrt{\frac{g}{R}}$

**QA2.1** $N = 3\,m\,g.$ **QA2.2** $T = 0$ **QA2.3** $M_f = \frac{11}{4}\,m\,g\,\ell.$