

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte I)
26 Febbraio 2004

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La *prova* consta di 4 Quesiti e durerà 2 ore. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO | | |

QUESITI

Q1. In un riferimento cartesiano ortogonale ($\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$), la configurazione indeformata di una verga euleriana di rigidezza flessionale $B = 22p\ell^2$ è il segmento $0 \leq x \leq \ell$ (Figura 1). La verga è incastrata in $x = 0$ e soggetta ad un sistema di coppie distribuite la cui densità per unità di lunghezza è $\mathbf{g} = p(\frac{x}{\ell} - 2)\mathbf{e}_z$. Dire quale sarà la freccia $y(\ell)$ all'estremo libero $x = \ell$, nell'approssimazione di piccole deflessioni.

{5,-1,0}

Soluzione

$y(\ell) = -\frac{1}{60}\ell$
 $y(\ell) = -\frac{19}{720}\ell$
 $y(\ell) = -\frac{11}{360}\ell$
 $y(\ell) = -\frac{1}{48}\ell$
 $y(\ell) = -\frac{19}{480}\ell$
 $y(\ell) = -\frac{1}{80}\ell$
 $y(\ell) = -\frac{11}{240}\ell$
 $y(\ell) = -\frac{1}{72}\ell$

Q2. Due punti materiali A e B di uguale massa $2m$ sono vincolati a muoversi senza attrito su di una guida circolare di raggio R , rimanendo alla distanza fissa $\ell = \frac{3}{2}R$ (Figura 2). La guida ruota uniformemente intorno ad un suo diametro con velocità angolare ω . Per quale o quali valori dell'angolo ϑ ($\vartheta \in (-\pi, \pi]$) indicato in figura le configurazioni di equilibrio relativo dei due punti sono stabili?

{5,-1,0}

Soluzione

$\vartheta = -\frac{\pi}{4}$
 $\vartheta = \pm\frac{\pi}{2}$
 $\vartheta = 0, \frac{\pi}{2}$
 $\vartheta = \frac{\pi}{4}$
 $\vartheta = \pm\frac{\pi}{4}$
 $\vartheta = 0, \frac{\pi}{3}$
 $\vartheta = 0, \pi$
 $\vartheta = \frac{\pi}{2}$

Q3. Determinare il versore binormale alla curva

$$p(t) - O = te_x + (e^{2t} - 1)e_y + (e^t - 1)e_z$$

per $t = 0$.

{5,-1,0}

Soluzione

- $\mathbf{b} = \frac{1}{\sqrt{6}}(-2\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z)$ $\mathbf{b} = \frac{1}{\sqrt{6}}(2\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z)$
 $\mathbf{b} = \frac{1}{\sqrt{53}}(-6\mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z)$ $\mathbf{b} = \frac{1}{\sqrt{53}}(6\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z)$
 $\mathbf{b} = \frac{1}{\sqrt{21}}(2\mathbf{e}_x - 4\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z)$ $\mathbf{b} = \frac{1}{\sqrt{21}}(-2\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 4\mathbf{e}_z)$
 $\mathbf{b} = \frac{1}{\sqrt{118}}(6\mathbf{e}_x - 9\mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z)$ $\mathbf{b} = \frac{1}{\sqrt{118}}(-6\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y + 9\mathbf{e}_z)$
-

Q4. In un atto di moto rigido, dove \mathbf{v}_O è la velocità del punto O ed $\boldsymbol{\omega}$ la velocità angolare, la potenza complessiva W di un sistema di forze di risultante \mathbf{R} e momento risultante \mathbf{M}_O rispetto ad O ha la seguente espressione:

{5,-1,0}

Soluzione

- $W = \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{R} + \mathbf{v}_O \wedge \mathbf{M}_O$ $W = \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R} + \mathbf{v}_O \cdot \mathbf{M}_O$
 $W = \mathbf{v}_O \cdot \mathbf{R} + \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{M}_O$ $W = \frac{1}{2}\mathbf{v}_O \cdot \mathbf{R} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{M}_O$
 $W = \mathbf{v}_O \cdot \mathbf{R} \wedge \boldsymbol{\omega} + \mathbf{v}_O \cdot \mathbf{M}_O \wedge \boldsymbol{\omega}$ $W = \frac{1}{2}\mathbf{v}_O \cdot \mathbf{R} \wedge \boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{M}_O \wedge \mathbf{v}_O$
 $W = \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{R} \wedge \boldsymbol{\omega} + \mathbf{v}_O \cdot \mathbf{M}_O \wedge \mathbf{v}_O$ Nessuna delle precedenti
-

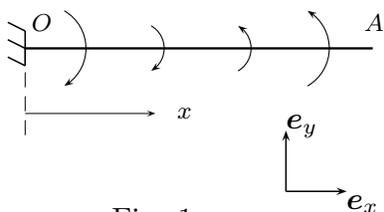


Fig. 1

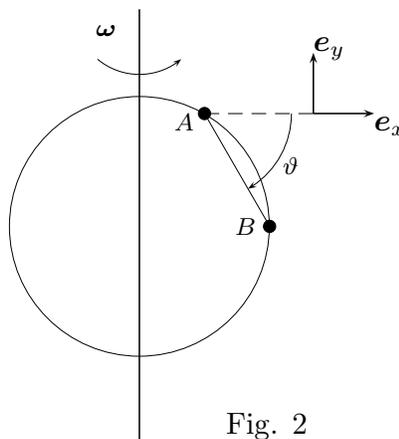


Fig. 2