

UNIVERSITÀ DI PAVIA
FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale (Parte II)
26 febbraio 2004

Il *candidato* scriva nello spazio sottostante il proprio Cognome e Nome.

COGNOME

NOME

La seconda parte della *prova* consta di 4 Quesiti e durerà 2 ore. *Non è permesso* consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

La *risposta* a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.

I *punteggi* per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebraica* dei punteggi parziali.

ESITO | | |

QUESITI

Q1. Dati i tensori $\mathbf{A} = \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_z$, e $\mathbf{B} = \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_x - \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_y$, calcolare $[\mathbf{A}, \mathbf{B}] := \mathbf{AB} - \mathbf{BA}$.

{5,-1,0}

Soluzione

- $-3\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z - \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$ $-3\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z - \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$
 $-\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z - \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$ $-\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z - \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$
 $\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z - \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$ $\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z - \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$
 $3\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_y - \mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z - \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$ $3\mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_y + 2\mathbf{e}_y \otimes \mathbf{e}_y - 2\mathbf{e}_z \otimes \mathbf{e}_z - \mathbf{e}_x \otimes \mathbf{e}_z$

Q2. Un corpo è formato da due aste omogenee: OC , di massa $2m$ e lunghezza 2ℓ , e AB , di massa m e lunghezza 6ℓ , saldate ad angolo retto in modo che O si trovi a distanza ℓ da A (Figura 1). Calcolare il momento centrale d'inerzia complessivo I_z nella direzione di un asse perpendicolare al piano contenente le due aste.

{5,-1,0}

Risposta

- $\frac{8}{3}m\ell^2$ $7m\ell^2$ $\frac{22}{3}m\ell^2$ $\frac{25}{3}m\ell^2$ $\frac{28}{3}m\ell^2$ $\frac{32}{3}m\ell^2$ $11m\ell^2$ $\frac{23}{6}m\ell^2$

Q3. La struttura rigida chiusa riportata in Figura 2 è posta in un piano verticale ed è composta da tre aste omogenee rettilinee. L'asta OB , di massa $2m$ e lunghezza ℓ , inclinata di $\frac{\pi}{3}$ sull'orizzontale, è incernierata a terra in O ; l'asta AO , di massa trascurabile e lunghezza ℓ , disposta orizzontalmente, è incernierata a terra in O e vincolata in A da un carrello orizzontale; infine, l'asta AB , di massa trascurabile e lunghezza ℓ , ha gli estremi incernierati agli estremi corrispondenti delle altre aste. Se su AB agisce una coppia di momento $M = mgl e_z$, determinare il valore assoluto dello sforzo assiale cui è soggetta l'asta OB nel punto O .

{5,-1,0}

Risposta

- $\frac{29}{12}mg\sqrt{3}$
 $\frac{23}{12}mg\sqrt{3}$
 $\frac{7}{4}mg\sqrt{3}$
 $\frac{3}{2}mg\sqrt{3}$
 $\frac{9}{2}mg$
 $\frac{21}{4}mg$
 $\frac{23}{4}mg$
 $\frac{29}{4}mg$

Q4. In un piano verticale, una lamina, avente la forma di un triangolo rettangolo equilatero, omogenea di massa $2m$ e cateto ℓ ha il vertice dell'angolo retto C incernierato su un pianale AB orizzontale di massa m ed ha un altro vertice V appoggiato senza attrito su questo pianale. Il pianale è vincolato a scorrere lungo una guida orizzontale, ed il suo estremo A è attratto da una molla di costante elastica $3\frac{mg}{\ell}$ e lunghezza a riposo nulla verso un punto fisso O , posto alla sua stessa quota (Figura 3). Se, ad un dato istante, il sistema viene messo in moto a partire dalla quiete con $\overline{OA} =: x_0$, qual è il valore limite di x_0 compatibile con il contatto fra la lamina ed il pianale in V durante tutto il moto?

{5,-1,0}

Risposta

- $x_0 = \frac{1}{2}\ell$
 $x_0 = \frac{3}{2}\ell$
 $x_0 = \frac{5}{2}\ell$
 $x_0 = \frac{7}{2}\ell$
 $x_0 = \ell$
 $x_0 = 2\ell$
 $x_0 = 3\ell$
 $x_0 = 4\ell$

