Università di Pavia
Facoltà di Ingegneria

Esame di Meccanica Razionale (Parte I)

26 giugno 2003

Il ***candidato*** scriva nello spazio sottostante il propro Cognome e Nome.

COGNOME **NOME**

La ***prova*** consta di **4** Quesiti e durerà **2** ***ore***. ***Non è permesso*** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.
La ***risposta*** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto ◯. Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, questa sarà considerata errata, anche se una delle risposte date è corretta.
I ***punteggi*** per ciascun quesito sono dichiarati in *trentesimi* sul testo, nel seguente formato

{E,NE,A}

dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali. Spazio riservato alla Commissione. *Non scrivere nelle caselle sottostanti!*

ESITO		

QUESITI

Q1. *Si consideri il seguente sistema di vettori piani:*

$$\begin{cases} \boldsymbol{v}_1 = 2\boldsymbol{e}_x + \alpha\boldsymbol{e}_y & \textit{applicato in } P_1 - O \equiv (1,-1), \\ \boldsymbol{v}_2 = -\boldsymbol{e}_x - 2\boldsymbol{e}_y & \textit{applicato in } P_2 - O \equiv (-1,2), \\ \boldsymbol{v}_3 = 4\boldsymbol{e}_x - \boldsymbol{e}_y & \textit{applicato in } P_3 - O \equiv (2,1). \end{cases}$$

Trovare per quale valore di α l'asse centrale passa per l'origine O.

{5,-1,0}

Soluzione
◯ $\alpha = 5$ $\spadesuit$ $\alpha = 0$ ◯ $\alpha = 6$ ◯ $\alpha = -1$ ◯ $\alpha = -3$ ◯ $\alpha = 8$ ◯ $\alpha = -4$ ◯ $\alpha = 1$

Q2. *Una lamina omogenea quadrata ha massa $6m$ e lato di lunghezza 2ℓ. Sia O un suo vertice e $\boldsymbol{n}$ un versore arbitrario nel piano della lamina (Figura 1). Trovare il massimo valore del momento di inerzia $\boldsymbol{n} \cdot \mathbb{I}_O \boldsymbol{n}$, al variare di $\boldsymbol{n}$.*

{5,-1,0}

Soluzione
◯ $I = 9m\ell^2$ ◯ $I = \frac{7m}{3}\ell^2$ ◯ $I = \frac{63m}{4}\ell^2$ ◯ $I = \frac{14m}{3}\ell^2$
◯ $I = \frac{21m}{2}\ell^2$ ◯ $I = \frac{28m}{3}\ell^2$ $\spadesuit$ $I = 14m\ell^2$ ◯ $I = 63m\ell^2$

Q3. *In un piano verticale, una lamina omogenea di massa $2m$ e lato ℓ può traslare su una guida ed il vertice A è attratto da una forza elastica di costante elastica $3\frac{mg}{\ell}$ verso un punto fisso O (Figura 2). Sulla diagonale AC è praticata una scanalatura entro cui può scorrere senza attrito un punto materiale P di massa m che a sua volta è attratto verso A da una forza elastica di costante $\frac{mg}{\ell}$. Trovare le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile.*

{5,-1,0}

Soluzione

○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\left[\frac{7\pm\sqrt{17}}{8}\right]^{1/2}$ ○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\left[\frac{6\pm\sqrt{12}}{12}\right]^{1/2}$ ○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\left[\frac{7\pm\sqrt{29}}{5}\right]^{1/2}$ ○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\left[\frac{6\pm\sqrt{12}}{3}\right]^{1/2}$

○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\left[\frac{9\pm\sqrt{51}}{7}\right]^{1/2}$ ♠ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\left[\frac{6\pm\sqrt{6}}{5}\right]^{1/2}$ ○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\left[\frac{11\pm\sqrt{73}}{8}\right]^{1/2}$ ○ $\omega_\pm = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\left[\frac{8\pm\sqrt{22}}{21}\right]^{1/2}$

Q4. *In assenza di forze attive esterne, un filo AB è avvolto in un piano attorno ad una circonferenza di raggio R ed è tenuto teso grazie alle forze $\boldsymbol{\tau}_A = 3p\boldsymbol{e}_x$ e $\boldsymbol{\tau}_B = 2p\boldsymbol{n}$, con $\boldsymbol{n} = \frac{\sqrt{2}}{2}(\boldsymbol{e}_x + \boldsymbol{e}_y)$. Qual è il minimo coefficiente di attrito statico μ tra filo e circonferenza compatibile con l'equilibrio nelle condizioni descritte?*

{5,-1,0}

Soluzione

○ $\mu = \frac{4}{3\pi}\ln 2$ ♠ $\mu = \frac{4}{3\pi}\ln\frac{3}{2}$ ○ $\mu = \frac{4}{\pi}\ln\frac{3}{2}$ ○ $\mu = \frac{1}{3\pi}\ln\frac{3}{2}$

○ $\mu = \frac{4}{3\pi}\ln 3$ ○ $\mu = \frac{1}{3\pi}\ln\frac{3}{2}$ ○ $\mu = \frac{4}{3\pi}\ln\frac{6}{5}$ ○ $\mu = \frac{4}{3\pi}\ln 6$

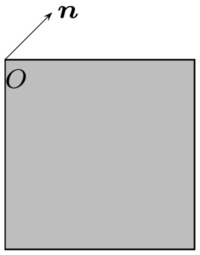

Fig. 1

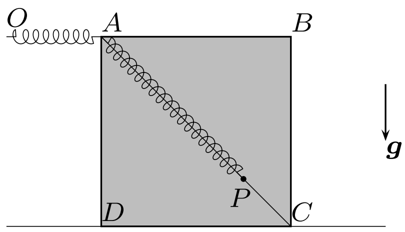

Fig. 2

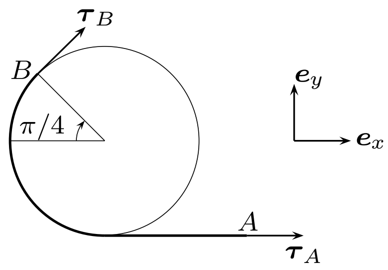

Fig. 3