

UNIVERSITÀ DI PAVIA - FACOLTÀ DI INGEGNERIA
Esame di Meccanica Razionale - 26 giugno 2008

COGNOME

NOME

La **prova** consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

Per i quesiti a risposta chiusa, la **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto \bigcirc . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

ESITO

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.
FIRMA:

QUESITI A RISPOSTA CHIUSA

QC1. Trovare la curvatura della curva

$$p(t) - O = \ln(1 + 2t^2)\mathbf{e}_x + 3t^3\mathbf{e}_y + 3\sin t\mathbf{e}_z$$

nel punto corrispondente a $t = 0$.

{6,-1,0}

Risposta

$\bigcirc \kappa(0) = \frac{4}{9}$ $\bigcirc \kappa(0) = \frac{3}{2}$ $\bigcirc \kappa(0) = \frac{3}{8}$ $\bigcirc \kappa(0) = \frac{1}{9}$ $\bigcirc \kappa(0) = \frac{1}{4}$ $\bigcirc \kappa(0) = 2$

QC2. Una lamina quadrata di lato 4ℓ è ottenuta dalla giustapposizione di quattro lamine rettangolari omogenee, disposte come in Figura 1. Due di queste lamine, ombreggiate in figura, hanno massa m ciascuna mentre ognuna delle restanti lamine ha massa $5m$. Trovare il momento centrale di inerzia della lamina quadrata nella direzione \mathbf{e}_z ortogonale al piano che la contiene.

{6,-1,0}

Soluzione

$\bigcirc \frac{95}{3}m\ell^2$ $\bigcirc \frac{92}{3}m\ell^2$ $\bigcirc \frac{125}{6}m\ell^2$ $\bigcirc \frac{92}{9}m\ell^2$ $\bigcirc \frac{125}{18}m\ell^2$ $\bigcirc \frac{95}{6}m\ell^2$

QC3. Trovare l'equazione dell'asse centrale del seguente sistema di vettori applicati piani:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = \mathbf{e}_x - 3\mathbf{e}_y & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 2, 0), \\ \mathbf{v}_2 = -2\mathbf{e}_x + 2\mathbf{e}_y & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2, 1, 0), \\ \mathbf{v}_3 = 3\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, 3, 0). \end{cases}$$

{6,-1,0}

Soluzione

$\bigcirc 3x - 7y + 10 = 0$ $\bigcirc 2x - 3y + 4 = 0$ $\bigcirc x + 7y - 14 = 0$
 $\bigcirc 2x - y + 2 = 0$ $\bigcirc x + y - 5 = 0$ $\bigcirc x + y - 8 = 0$

QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

QA1. In un piano verticale, un'asta omogenea AB di massa $4m$ e lunghezza 2ℓ è libera di ruotare attorno al proprio centro C , vincolato a sua volta a traslare lungo la guida verticale r (Figura 2). L'estremo B è attratto da una molla ideale di costante elastica $3mg/\ell$ verso un punto fisso O distante 4ℓ dalla retta orizzontale di riferimento s . Introdotte le coordinate generalizzate y e ϑ indicate in Figura, rispondere alle seguenti domande:

1. Qual è l'energia cinetica totale del sistema? **{2,0,0}**
2. Qual è l'energia potenziale totale del sistema? **{4,0,0}**
3. Quali sono le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile in cui AB è verticale? **{3,0,0}**

QA2. In un piano verticale, una struttura articolata è formata da tre aste rigide disposte come in Figura 3. L'asta AB , vincolata a terra in A da un incastro completo, ha lunghezza $\ell\sqrt{2}$, peso trascurabile ed è incernierata in B ad una seconda asta BC , orizzontale, di lunghezza 2ℓ soggetta ad un carico con densità lineare $\mathbf{f}(x) = -6p\frac{x^2}{\ell^3}\mathbf{e}_y$, dove x è l'ascissa di un punto generico P di BC valutata a partire dal punto medio O (Figura 3). L'asta BC è incernierata in C all'asta omogenea CD di peso $4p$ e lunghezza $\ell\sqrt{2}$, vincolata a terra da un manicotto. I punti A e D sono alla stessa quota. In condizioni di equilibrio, determinare

1. La reazione vincolare $\phi_D\mathbf{e}_y$ sviluppata dal manicotto in D . **{4,0,0}**
2. La coppia $M\mathbf{e}_z$ sviluppata dal manicotto in D . **{2,0,0}**
3. Il modulo del momento flettente nel punto medio O di BC . **{3,0,0}**

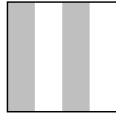


Fig. 1

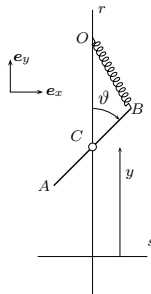


Fig. 2

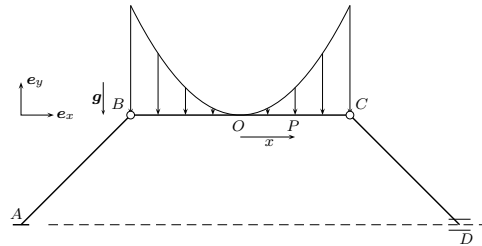


Fig. 3

QA1.1
 QA1.2
 QA1.3
 QA2.1
 QA2.2
 QA2.3