

COGNOME

NOME

La *prova* consta di **3** Quesiti a risposta chiusa e **2** Quesiti a risposta semiaperta; la durata della prova è di 2 ore e 30 minuti. **Non è permesso** consultare testi od appunti, al di fuori di quelli distribuiti dalla Commissione.

Per i quesiti a risposta chiusa, la **risposta** a ciascuno di essi va scelta *esclusivamente* tra quelle già date nel testo, annerendo *un solo* circoletto  $\bigcirc$ . Una sola è la risposta corretta. Qualora sia data più di una risposta allo stesso quesito, nessuna sarà considerata valida. Per i quesiti a risposta semiaperta, lo studente dovrà indicare la risposta nello spazio sottostante la domanda. I **punteggi** per ciascun quesito sono dichiarati sul testo, nel seguente formato **{E,NE,A}** dove **E** è il punteggio assegnato in caso di risposta *Esatta*, **NE** quello in caso di risposta *Non Esatta* e **A** quello in caso di risposta *Assente*. L'esito finale della prova è determinato dalla somma *algebrica* dei punteggi parziali.

---

---

**ESITO** | | |

---

---

Ai sensi del D. Lgs. 30/06/2003, n. 196, si autorizza la pubblicazione online in chiaro dell'esito della prova.  
FIRMA:

---

---

**QUESITI A RISPOSTA CHIUSA**

---

---

**QC1.** Trovare la curvatura della curva

$$p(t) - O = \ln(1 + 2t^2)e_x + 3t^3e_y + 3 \sin t e_z$$

nel punto corrispondente a  $t = 0$ .

**{6,-1,0}**

*Risposta*

♠  $\kappa(0) = \frac{4}{9}$     $\bigcirc \kappa(0) = \frac{3}{2}$     $\bigcirc \kappa(0) = \frac{3}{8}$     $\bigcirc \kappa(0) = \frac{1}{9}$     $\bigcirc \kappa(0) = \frac{1}{4}$     $\bigcirc \kappa(0) = 2$

---

---

**QC2.** Una lamina quadrata di lato  $4\ell$  è ottenuta dalla giustapposizione di quattro lamine rettangolari omogenee, disposte come in Figura 1. Due di queste lamine, ombreggiate in figura, hanno massa  $m$  ciascuna mentre ognuna delle restanti lamine ha massa  $5m$ . Trovare il momento centrale di inerzia della lamina quadrata nella direzione  $e_z$  ortogonale al piano che la contiene.

**{6,-1,0}**

*Soluzione*

$\bigcirc \frac{95}{3}m\ell^2$    ♠  $\frac{92}{3}m\ell^2$     $\bigcirc \frac{125}{6}m\ell^2$     $\bigcirc \frac{92}{9}m\ell^2$     $\bigcirc \frac{125}{18}m\ell^2$     $\bigcirc \frac{95}{6}m\ell^2$

---

---

**QC3.** Trovare l'equazione dell'asse centrale del seguente sistema di vettori applicati piani:

$$\begin{cases} \mathbf{v}_1 = e_x - 3e_y & \text{applicato in } P_1 - O \equiv (1, 2, 0), \\ \mathbf{v}_2 = -2e_x + 2e_y & \text{applicato in } P_2 - O \equiv (2, 1, 0), \\ \mathbf{v}_3 = 3e_x - e_y & \text{applicato in } P_3 - O \equiv (2, 3, 0). \end{cases}$$

**{6,-1,0}**

*Soluzione*

$\bigcirc 3x - 7y + 10 = 0$     $\bigcirc 2x - 3y + 4 = 0$     $\bigcirc x + 7y - 14 = 0$   
 $\bigcirc 2x - y + 2 = 0$    ♠  $x + y - 5 = 0$     $\bigcirc x + y - 8 = 0$

---

---

---



---

## QUESITI A RISPOSTA SEMIAPERTA

---



---

**QA1.** In un piano verticale, un'asta omogenea  $AB$  di massa  $4m$  e lunghezza  $2\ell$  è libera di ruotare attorno al proprio centro  $C$ , vincolato a sua volta a traslare lungo la guida verticale  $r$  (Figura 2). L'estremo  $B$  è attratto da una molla ideale di costante elastica  $3mg/\ell$  verso un punto fisso  $O$  distante  $4\ell$  dalla retta orizzontale di riferimento  $s$ . Introdotte le coordinate generalizzate  $y$  e  $\vartheta$  indicate in Figura, rispondere alle seguenti domande:

1. Qual è l'energia cinetica totale del sistema? **{2,0,0}**

---

2. Qual è l'energia potenziale totale del sistema? **{4,0,0}**

---

3. Quali sono le frequenze delle piccole oscillazioni in un intorno della posizione di equilibrio stabile in cui  $AB$  è verticale? ( $\alpha > \beta$ ) **{3,0,0}**

**QA2.** In un piano verticale, una struttura articolata è formata da tre aste rigide disposte come in Figura 3. L'asta  $AB$ , vincolata a terra in  $A$  da un incastro completo, ha lunghezza  $\ell\sqrt{2}$ , peso trascurabile ed è incernierata in  $B$  ad una seconda asta  $BC$ , orizzontale, di lunghezza  $2\ell$  soggetta ad un carico con densità lineare  $\mathbf{f}(x) = -6p\frac{x^2}{\ell^3}\mathbf{e}_y$ , dove  $x$  è l'ascissa di un punto generico  $P$  di  $BC$  valutata a partire dal punto medio  $O$  (Figura 3). L'asta  $BC$  è incernierata in  $C$  all'asta omogenea  $CD$  di peso  $4p$  e lunghezza  $\ell\sqrt{2}$ , vincolata a terra da un manicotto. I punti  $A$  e  $D$  sono alla stessa quota. In condizioni di equilibrio, determinare

1. La reazione vincolare  $\phi_D\mathbf{e}_y$  sviluppata dal manicotto in  $D$ . **{4,0,0}**

---

2. La coppia  $M\mathbf{e}_z$  sviluppata dal manicotto in  $D$ . **{2,0,0}**

---

3. Il modulo del momento flettente nel punto medio  $O$  di  $BC$ . **{3,0,0}**

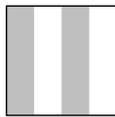


Fig. 1

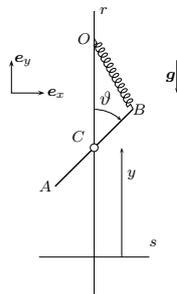


Fig. 2

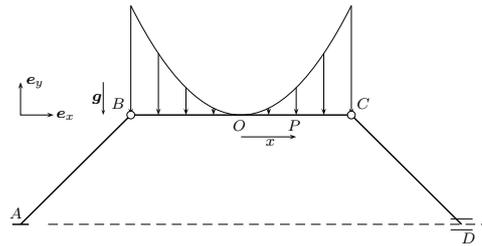


Fig. 3

**QA1.1**  $T = 2m\dot{y}^2 + \frac{2}{3}m\ell^2\dot{\vartheta}^2$

**QA1.2**  $V = 4mgy + \frac{3mg}{2\ell}[y^2 - 8\ell y - 8\ell^2 \cos \vartheta + 2\ell y \cos \vartheta]$

**QA1.3**  $\omega_1 = \sqrt{\frac{3g}{4\ell}} \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{21g}{4\ell}}$

**QA2.1**  $6p\mathbf{e}_y$

**QA2.2**  $-4p\ell\mathbf{e}_z$

**QA2.3**  $\frac{p\ell}{2}$